

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ НА РУБЕЖЕ НАНОРЕВОЛЮЦИИ

М.В. Карасев\*

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»*

*mkarasev@hse.edu.ru*

В статье речь идет о связях математической науки с другими областями человеческой деятельности, о том, что под влиянием квантовой физики и технических задач в наше время рождается новая область – квантовая математика.

УДК 00, 50, 51

Развитие технологической базы человечества вплотную подошло к новой переломной стадии: к созданию устройств с размерами в нанометровом диапазоне и к освоению наноструктурных материалов. Исследования здесь развиваются фантастическими темпами. Достаточно сказать, что США и Евросоюз тратят сейчас каждый по миллиарду в год на эти области. И достигнутые успехи впечатляют. Понятно, что основную роль в подготовке нового промышленного переворота играет квантовая физика. А что же математика? Какая роль отведена ей историей в грядущей нанореволюции?

---

\* Данная статья впервые была напечатана в журнале «Вестник Российской академии наук», 2006, том 76, №1, стр. 44-47. Здесь мы воспроизводим ее текст с исходного авторского файла.

Математика – это один из наиболее глубоких элементов сознания человечества. Из-за своей сложности она иногда кажется таинственной даже самим математикам. Абстрагирование и формализация создают некую «вещь в себе», которая внешнему наблюдателю порой предстает как что-то не очень нужное для практического применения. Понимаем ли мы в достаточной мере истинные скрытые связи этой науки с другими более зримыми областями деятельности человека, в частности, с прогрессом промышленности?

Ответ на данные вопросы начнем прежде всего с анализа этапов движения математики за последние 400 лет и происходившего параллельно с этим развития физики и техники.

Помещенный в название статьи термин «математические технологии», наверное, может вызвать неприятие и критику со стороны многих математиков. Применительно к своей науке математики, обычно, предпочитают использовать понятия «метод» и «теория». Греческое слово *technè* означает искусство, мастерство, умение. Технология – это учение об искусстве, об умении, или правила мастерства. Иными словами, технология – это ансамбль методов, которые организованы в систему согласно некоторому порядку, идее, и которые решают данный круг задач. Если речь идет о математических задачах, то разрешающая их технология – это система методов, которая не обязательно должна быть привязана к какой-либо математической категории или быть включенной в систему аксиом, не обязана опираться на теоремы существования или содержать исследование всех ответвлений, следствий, обобщений и т.п., но зато она обязана давать решения, эффективно работающие в данном круге задач, в физических приложениях.

Математическая технология – это еще не теория. Она будет включена в теорию позже, и тогда получит все необходимые атрибуты, обобщения, следствия, будет углубляться, соединяться с другими технологиями, подниматься на новые уровни абстракции. Но все это – лет через десять, двадцать, иногда и через триста. А в первое время новая математическая технология существует полулегально, хотя всю эксплуатацию физиками и самими математиками. Математическая технология на этом этапе ценна не тончайшим научным обрамлением, а необычным подходом, взглядом на проблему, нетривиальным сочетанием идей, полезной комбинацией алгоритмов, привлечением методов из неожиданных, казалось, далеких областей, соединением воедино внешне разнородных структур. Именно такие математические технологии прежде всего влияют на прогресс физического мышления, а в конечном итоге, – на технический прогресс, особенно в областях, где затруднены непосредственные наблюдения, измерения, где анализ упрощенных математических моделей предсказывает возможные эффекты, создает интуицию, указывает направление действий.

Акцент на этом ключевом моменте делался еще в эпоху Возрождения, однако, и многие выдающиеся математики эпохи индустриального общества были в этом смысле настоящими технологами: Ньютон, Эйлер, Бернулли, Ампер, Гаусс, Д’аламбер, Лагранж, Гельмгольц, Пуассон, Лаплас, Кирхгоф, Коши, Гамильтон, Чебышев, Ляпунов, Пуанкаре, Крылов и др. Созданные ими технологии позже вошли в математические теории. Но основной импульс в науку их методы внесли именно на ранней «технологической» стадии. И это очень важно для понимания закономерностей развития технических эпох и промышленных революций.

Первая промышленная революция в истории человечества длилась около ста лет (см. таблицу). Она может быть условно разделена на две стадии. Начальная стадия (1765-1815) была связана с внедрением паровой машины, а завершающая стадия (1815-1865), в основном, – с созданием парового транспорта. Этому грандиозному изменению техники предшествовала стадия механизации ручного труда (1715-1765) – ткацкий станок и т.п. Можно выделить еще и постреволюционную стадию (1865-1915), которая ас-

			Первая техническая эпоха			Вторая техническая эпоха				
			I революция					II революция		
			1715-1765	1765-1815	1815-1865	1865-1915	1915-1965	1965-2015	2015-2065	2065-2115
Техника	1615-1665	1665-1715	1715-1765	1765-1815	1815-1865	1865-1915	1915-1965	1965-2015	2015-2065	2065-2115
Техника	Простые Машины	Механизмы и оптические устройства	Простейшие станки	Паровая машина	Паровой транспорт	Двигатель внутреннего сгорания	Радиотехника и авиация	Компьютеры и микроэлектроника	Нанороботы и наноэлектроника	Био-электронно-механические устройства
Физика	Теория движения в поле сил притяжения	Теория колебаний	Теория превращения видов энергии	Газо- и Гидродинамика	Теория упругости и термодинамика	Теория электромагнитного Поля	Квантовая механика частиц	Квантовая теория твердого тела и конденс. состояний	Квантовая теория атомарных систем	Квантовая теория гравитации и темного излучения
Математика	Теория чисел и аналитическая геометрия	Дифференциальное исчисление	Теория матриц и алгебраическая геометрия	Теория уравнений в частных производных	Теория функций и дифференциальная геометрия	Теория групп и алгебр	Теория операторов и связей в расслоениях	Теория некоммутативных алгебр и квантовая геометрия	Спектральн. теория и квантовая топология	Квантовые теория чисел и дискретных групп

социруется с двигателем внутреннего сгорания. Таким образом, первая эпоха техники в совокупности заняла около двухсот лет, условно с 1715 по 1915 гг.

В таблице мы отразили еще и предыдущие сто лет, начиная с 1615 года. В этой таблице, наряду со стадиями развития техники, показаны этапы эволюции физики и математики. В названиях этапов указаны лишь основные, наиболее заметные теории и направления, под знаком которых происходило движение науки на данном этапе. Конечно, все временные границы, указанные в таблице, очень условны.

Согласно этим условным датам, с 1915 г. началась новая техническая эпоха, которая завершится около 2115 года. Она сопряжена с использованием электромагнитных полей и с открытием квантовой механики. В этой новой эпохе также может быть выделена предварительная стадия (1915-1965). Затем идет начальная стадия промышленной революции (1965-2015) – «электромагнитная». И после нее – завершающая стадия революции (2015-2065) – «квантовая». Конечно, граница 2015 между начальной и завершающей стадиями проставлена гипотетически, исходя из того предположения, что лишь к 2015 году реально удастся выйти в область квантовых наномасштабов. Границы постреволуционной стадии (2065-2115) также гипотетические. Разумеется, вся столетняя часть таблицы, относящаяся к будущему, – из области научного предсказания.

Нас интересует в данной таблице сравнение этапов эволюции математики с этапами прогресса физики и техники. Можно заметить, что этап (1715-1765) «Теория матриц и алгебраическая геометрия» в математике никак не коррелирует с последующей революционной стадией в технике (1765-1815) «Паровая машина». Похожая вещь наблюда-

ется и двести лет спустя: математический этап (1915-1965) «Теория операторов и связностей в расслоениях» мало согласован с первой революционной стадией в технике (1965-2015) «Компьютеры и микроэлектроника».

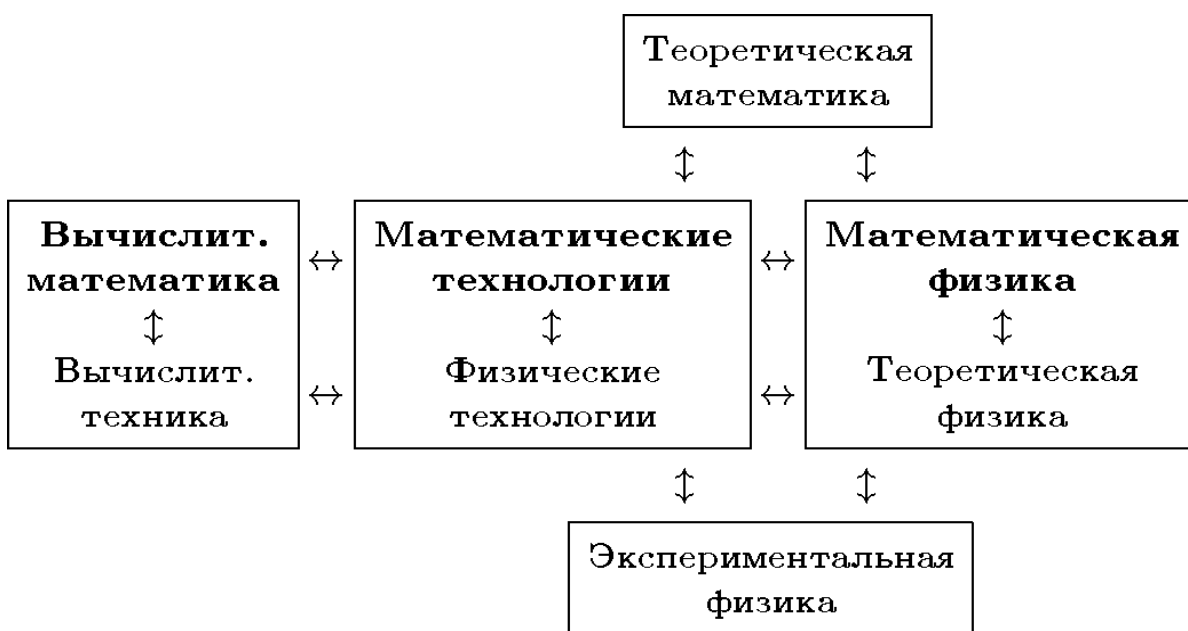
С другой стороны, в обоих случаях видна синхронизация математики с предшествующими этапами физики. Что же касается самой физики, то этапы ее развития 1665, 1715 и 1865, 1915 годов четко предваряют соответствующие технические революционные скачки.

Итак, вывод: начальные стадии обеих промышленных революций были обусловлены прогрессом физики, но почти не были коррелированы с прогрессом математики.

Совершенно иные взаимосвязи видны на завершающей стадии промышленной революции. Стадия (1815-1865) «Паровой транспорт» предварялась в 1765-1815 гг. как развитием физики «Газо- и гидродинамика», так и соответствующим развитием математики «Теория уравнений в частных производных». И физика, и математика, взаимодействуя друг с другом, кардинально и *согласованно* влияли на этап технической революции в XIX веке.

У этого факта есть, конечно, глубокие причины. В отличие от начальной стадии, завершающая стадия революции в технике была основана на достаточно сложной физике, которая требовала привлечения продвинутых и нетривиальных математических моделей, и соответственно, – новых математических технологий исследования этих моделей.

Аналогичную картину и аналогичные причины мы наблюдаем и двести лет спустя, т.е. в данный исторический момент. Наше время как раз предваряет завершающую стадию второй промышленной революции, стадию *нанотехники*. Разница лишь в том, что степень сложности объектов и процессов в этой области многократно выше той, с какой имела дело техника начала XIX века, что лишь усиливает воздействие упомянутых выше причин и взаимосвязей. Отсюда получаем однозначный вывод: рельсы физики и математики будут сближаться, их главные тенденции все более и более согласуются. Эти науки, бурно прогрессирующие сейчас, послужат совместной базой для грядущего технического рывка.



Осознание данной принципиальной взаимозависимости заставляет иначе взглянуть на математические технологии, разрабатываемые в наши дни. Те из них, которые коррелируют с прогрессом нанофизики, описывающей квантовые нанообъекты, окажутся приоритетно важными не только для самой физики, но и для развития технической мысли, причем в самое ближайшее время. Такие математические технологии, конечно, нужно отнести к разряду критических по степени их влияния на промышленную революцию.

Обобщая, можно сказать, что математические технологии опосредовано всегда связаны с исследованием физических объектов, являясь необходимым звеном между разделами чистой математики и математической физики с одной стороны, и алгоритмами вычислительной математики с другой. А кроме того, на определенных этапах, новые математические технологии оказывают непосредственное влияние на физические и технические концепции, подсказывая нетривиальные возможности, скрытые связи, неожиданные комбинации и эффекты. Мы попытались отобразить эти взаимосвязи в условной диаграмме. Разделы, выделенные в ней жирным шрифтом, обычно объединяются одним общим термином «прикладная математика».

Хотя роль новых математических технологий в современной фазе промышленного переворота пока еще скрыта и не столь очевидна как роль квантовых физических технологий, но она, тем не менее, очень велика, причем, не только для утилитарных вычислений, но и для развития моделирования, конструкторских идей, интуиции, предвидения, т.е. в целом для технологических разработок и планирования. Новые математические технологии, новая математика, взаимодействующая с квантовой физикой, станет не просто полезным, но и ключевым элементом, *необходимой предпосылкой* промышленной нано-революции в XXI веке.

Этот вывод особенно актуален для России, где недостаток средств и отставание приборной базы можно было бы постараться компенсировать большими потенциальными возможностями в разработке и применении новейших математических идей и методов.

С позиций развития самой математики очень интересно отметить, что по сравнению с XVIII и XIX веками сейчас мы констатируем гораздо более плотную синхронизацию математики с физикой и техникой. Можно сказать, что теперь почти исчезло время задержки. Непосредственно в данный момент мы наблюдаем как под влиянием квантовой физики и задач техники рождается новая огромная область: *квантовая математика*. Она, подобно ее классической предшественнице, будет призвана математически отобразить и смоделировать тот новый нано-мир, в который вторгается человечество.

Квантовая математика еще очень молода, но уже можно перечислить некоторые ее серьезные достижения:

- разработка эффективных методов решения интегрируемых и неинтегрируемых квантовых систем и нелинейных уравнений,
- открытие квантовой природы волновых систем в условиях резонанса,
- построение геометрических моделей квантовых объектов и процессов, создание начал квантовой геометрии,
- соединение принципов квантовой физики с внутренней динамикой и термодинамикой пространства, с групповыми и топологическими моделями.

Каждое из перечисленных направлений проявляется в виде совокупности новых математических технологий, доставляющих эффективные решения важных классов задач, в частности, в области наномасштабной физики, которые ранее не поддавались исследованию.

Помимо этого, к новым технологиям квантовой математики относятся также недавние известные достижения в области квантовой логики, построения алгоритмов квантовых вычислений и разработки архитектуры квантовых компьютеров.

Что касается будущего развития, то здесь с уверенностью можно утверждать, что осознание и применение новых принципов квантовой математики приведет к значительному прогрессу в математическом моделировании, к выявлению новых эффектов и закономерностей в процессах, связанных с физическими наноструктурами, такими как квантовые доты и нанопроволоки, квантовые сверхрешетки, нанокристаллы, фуллерены, и т.п., в задачах квантовой оптики, оптоэлектроники, туннельного и атомно-силового зондирования, и многих других, важных для нанотехники.

В передовых странах, повсюду в мире, квантовая математика сейчас прогрессирует чрезвычайно бурно. Специалисты ряда российских центров вносят выдающийся вклад в эти разработки. Математические школы России, всегда тяготевшие к гораздо большей гармонии с физикой по сравнению с другими мировыми школами, исторически оказались в выгодном положении. Данное преимущество можно эффективно использовать в целях развития новых революционных технологий. В настоящее время, квантовая математика – это одна из *ключевых инноваций*, причем, нацеленная на отдачу в самом ближайшем будущем.

## MATHEMATICAL TECHNOLOGIES AT FRONTIER OF NANOREVOLUTION

M.V. Karasev

*National Research University “Higher School of Economics”*

*mkarasev@hse.edu.ru*

The paper contains a discussion about relationship of the mathematical science with other areas of mankind activities, and declares that the new field - quantum mathematics - is arising under the influence of quantum physics and technique problems.