

# ПЕРЕСТРОЙКА РЕЗОНАНСНЫХ УРОВНЕЙ ПРОЗРАЧНОСТИ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ КВАНТОВО-РАЗМЕРНОЙ ЦЕПОЧКИ

В.Ф. Дегтярев<sup>1</sup>, А.П. Жилинский<sup>2</sup>

*Московский технический университет связи и информатики,  
Москва, Авиамоторная ул., 8а;  
E-mail: <sup>1</sup>vfsteel2008@gmail.com, <sup>2</sup>zhilinsk@yandex.ru*

Поступила 18.02.2022

Исследован процесс перестройки резонансных туннельных уровней при образовании слоистой квантово-размерной структуры. Для частиц с энергией, равной энергии уровней, прозрачность структуры равна единице. Установлено, что с увеличением числа звеньев происходит расщепление этих уровней на близкие подуровни и изменение волновой функции. Определены энергии этих подуровней и волновые функции. Предложены схемы и рассмотрен механизм перестройки уровней в цепочке. В основе этого механизма лежат представления о точках смены фаз колебаний осцилляторов при образовании цепи. Установлено, что параметры этих подуровней (энергия, волновая функция) зависят от параметров барьеров, ям и числа ячеек в цепочке. Рассмотрена модель, позволяющая определить характеристики этих подуровней, в частности их энергию и волновые функции. Исследована зависимость волновой функции и параметров уровней от характеристик цепочки. Рассмотрены два случая, когда  $E < U$  и когда  $E > U$ .

*Ключевые слова: квантовая механика, квантовый барьер, волновая функция, прозрачность, наноэлектроника, резонансное туннелирование.*

УДК 537.9

DOI: 10.31145/2224-8412-2022-22-1-5-18

## **Введение**

В современных наноэлектронных приборах (резонансных туннельных диодах и транзисторах и др.) активная область имеет размеры порядка нескольких нанометров. Эта величина сравнима с длиной волны электрона и межатомным расстоянием типичных полупроводников, что приводит к существенному влиянию квантово-размерных эффектов на их работу. Среди этих эффектов значительную роль играют резонансные явления при туннелировании.

Резонансное туннелирование в сверхрешетках представляет собой новое быстро развивающееся направление исследований в наноэлектронике. Описанию свойств сверхрешеток посвящен ряд обзоров, например [1-3]. В этих работах достаточно подробно рассмотрена их энергетическая структура, оптические и электрические свойства. Следует ожидать, что роль квантово-размерных эффектов с увеличением размеров сверхрешетки будет возрастать, определяя их основные свойства.

Размерное квантование приводит к значительной перестройке энергетического спектра наноструктур [4,5]. При этом в квантово-размерной цепочке возникают новые резонансные уровни, приводя к существенному изменению их электрических и оптических свойств.

В данной работе изучен процесс перестройки этих уровней при увеличении числа квантово-размерных ячеек, образующих структуру. Рассмотрены два случая, когда энергия частицы меньше, и больше высоты барьера.

### **Методика моделирования**

В настоящей работе нахождение волновых функций и коэффициентов прозрачности системы барьеров проводилось путем непосредственного решения уравнения Шредингера для заданного потенциала с соответствующими граничными условиями в системе компьютерной алгебры MAPLE. Была рассмотрена цепочка ям и барьеров с параметрами: ширина барьера ( $a$ ) — 1 нм, его высота ( $U$ ) — 2 эВ, ширина ямы ( $b$ ) — 1 нм, период ( $d$ ) — 2 нм. Амплитуда падающей волны принималась равной единице ( $\Psi_{in}(x) = e^{ikx}$ ). В работе исследовалась зависимость прозрачности структуры от энергии частицы. По зависимости  $T(E)$  ( $T$  — коэффициент прозрачности цепочки) определялось положение максимума пика ( $E_0$ ), его энергетическая ширина  $\Delta E_{05}$  на половине высоты и добротность. Отметим, что результаты, полученные в данной работе, а также развитая методика, могут быть применены и к слоистым структурам другой природы [6].

### **Резонансное прохождение частиц через элементарную ячейку**

Элементарной ячейкой в рассматриваемой системе является двойная квантово-барьерная структура (ДКБС), показанная на рис. 1А. Пусть энергия частицы меньше высоты барьера. В этом случае при определенных значениях энергии наблюдается резонансное туннелирование частиц. Соответствующие значения энергии и волновые функции показаны на рис. 1А. Основные результаты компьютерного моделирования показывают следующее.

Как известно [4], резонансное туннелирование наблюдается при выполнении условия

$$\frac{1}{2}\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) = \text{cth}(\beta a) \text{ctg}(Kb), \text{ где } \eta = \frac{K}{\beta}, K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}, \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U - E)} \quad (1)$$

где  $a$  — ширина барьера,  $b$  — ширина ямы,  $E$  — энергия частицы (эВ),  $U$  — высота барьера (эВ).

В данных условиях в квантовой яме (КЯ) образуются три локальных уровня. Их энергетическое положение, согласно результатам моделирования, следующее:  $E_{01} = 0.228949$  эВ,  $E_{02} = 0.887202$  эВ и  $E_{03} = 1.818140$  эВ. Поскольку речь идет о резонансных уровнях их энергию при моделировании необходимо определять с высокой точностью. Прозрачность ДКБС при прохождении частиц с такой энергией равна единице. На кривых прозрачности (рис. 1Б) этим уровням соответствуют узкие резонансные линии 1, 2, 3.

Рассмотрим случай  $E > U$ . Кривая прозрачности для этого случая показана на рис. 1Б (область  $E > 2$  эВ). При этом вместо отдельных пиков наблюдаются широкие полосы. Ограничим рассмотрение только уровнем с энергией 2.37 эВ. Этот уровень является наиболее близким к барьеру и взаимодействует с ним более сильно. Как показано на рис. 1Б (см. вставку к рисунку) этот пик представляет собой суперпозицию двух уровней с энергиями 2.371 эВ и 2.376 эВ. Волновые функции, соответствующие этим уровням, показаны на рис. 2 А и 2Б.

Из рисунка 2А видно, что при энергии частицы 2.371 эВ между барьерами образуется стоячая волна. Вне этой системы частица движется свободно. Это говорит о достаточно сильном взаимодействии частицы с барьером. Поэтому при рассмотрении цепочки будет рассмотрено расщепление именно этого уровня.

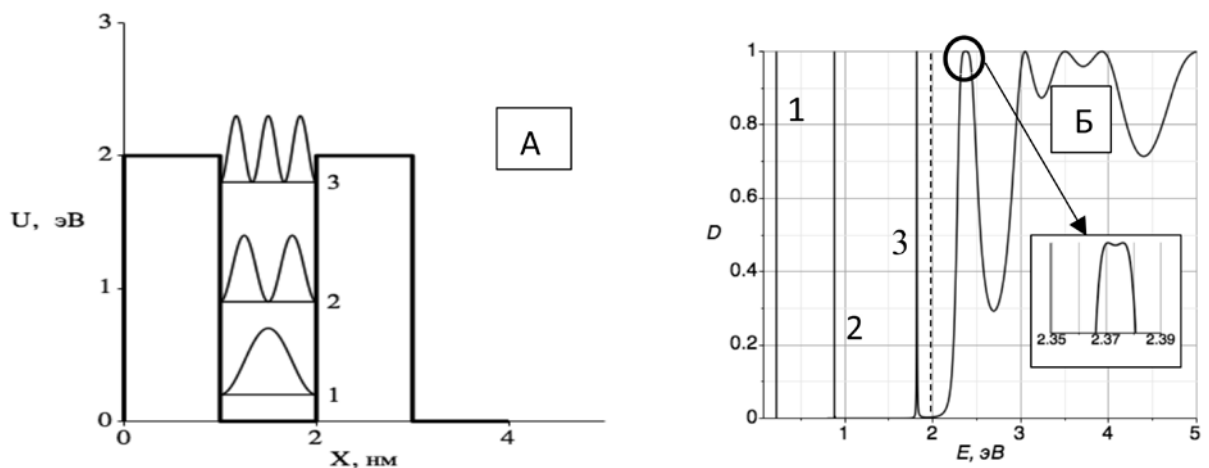


Рис. 1. А. Схема элементарного звена цепочки и волновые функции в случае: 1 — на ширине ямы укладывается одна полуволна, 2 — две полуволны, 3 — три полуволны. Б. Спектр прозрачности элементарного звена. Пунктир — высота барьера (2 эВ).

В случае, когда  $E=2.376$  эВ, между барьерами стоячая волна не образуется и в этом промежутке частица движется свободно. Такое движение можно рассматривать как движение над системой невзаимодействующих изолированных барьеров. Это подтверждается также сходством волновых функций и равенством энергии прозрачности этого уровня и одиночного барьера.

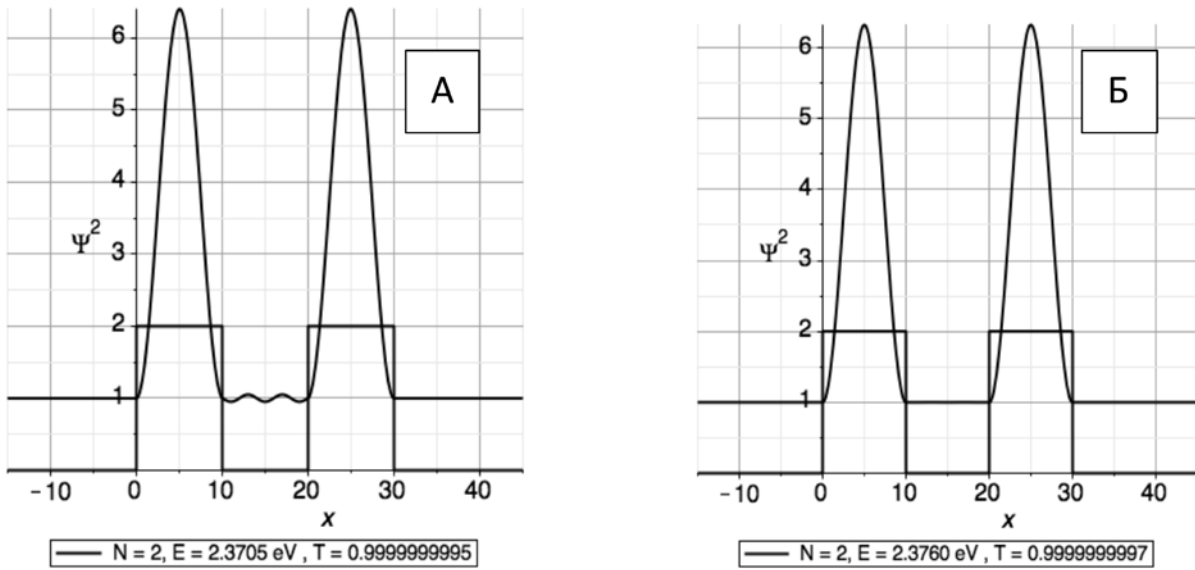


Рис. 2. Квадраты модуля волновых функций, соответствующих уровням  $E=2.3705$  эВ (А) и  $E=2.376$  эВ (Б).

Расчеты прозрачности для симметричной двухбарьерной структуры для случая  $E > U$  приведены, например, в [4]. Прозрачность при этом описывается соотношением,

$$D = \left\{ 1 + \frac{(K^2 - K_2^2)^2 \sin^2(K_2 a)}{4K^2 K_2^2} R \right\}^{-1}, \quad \text{где} \quad K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}, \quad K_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - U)}, \quad (2)$$

$$R = \frac{[(K^2 + K_2^2) \sin(K_2 a) \sin(Kb) - 2KK_2 \cos(K_2 a) \cos(Kb)]^2}{K^2 K_2^2} \quad (3)$$

В соответствии с этими соотношениями при  $\sin(K_2 a)$  или  $R=0$  коэффициент прозрачности будет равен единице. Заметим, что при  $R=1$  выражение (2) совпадает с коэффициентом прозрачности для одиночного барьера.

При  $\sin(K_2 a) = 0$  коэффициент прозрачности равен единице и не зависит от параметров структуры. В этом случае не возникает отраженных волн ни от первого, ни от второго барьера. Эта ситуация проиллюстрирована на рис. 2Б. При этом между барьерами концентрация частиц равна концентрации частиц с данной энергией, испускаемых источником. Следовательно, частицы в этом случае накапливаются только в области барьеров и поэтому про-

хождение частиц через систему барьеров подобно прохождению через систему одиночных не взаимодействующих между собой барьеров.

При  $R=0$  коэффициент прохождения над каждым барьером по отдельности не равен единице. В этом случае происходит частичное отражение потока от барьеров и между барьерами образуется стоячая волна (рис.2А). При этом за счет накопления частиц в области между барьерами полный поток частиц, прошедших второй барьер будет равен потоку частиц, испускаемых источником, и будет подавлено отражение частиц, налетающих на первый барьер. Коэффициент прозрачности системы из двух барьеров будет равным единице. Однако за счет образования стоячей волны барьеры будут взаимодействовать между собой.

Таким образом, систему уровней прозрачности, образующихся при надбарьерном движении частицы (при  $E > U$ ) можно разбить на два типа. В первом случае происходит достаточно сильное взаимодействие частиц с барьерами. При этом происходит расщепление уровней на подуровни. Во втором случае движение частицы подобно движению над системой отдельных изолированных друг от друга барьеров. Трансформацию этих уровней при образовании цепочки можно рассматривать по отдельности независимо друг от друга.

### **Расщепление резонансных уровней на подуровни при увеличении числа звеньев**

С увеличением числа звеньев в цепи резонансные уровни расщепляются на подуровни, число которых равно числу звеньев в системе (числу степеней свободы). Такое поведение РТУ представляется естественным, если считать систему до образования цепочки  $N$ -кратно вырожденной. Образование цепочки приводит к снятию вырождения и возникновению подуровней.

Некоторые особенности расщепления уровней в ДКБС рассмотрены в работах [4,5,7]. В [4,7] определены значения энергии этих подуровней и соответствующие им волновые функции. Было установлено, что прозрачность цепочки для этих значений энергии равна единице.

В настоящем разделе рассмотрен процесс расщепления исходных резонансных уровней при увеличении числа звеньев в цепи. Представляет интерес исследовать два случая, когда 1)  $E < U$  и когда 2)  $E > U$ . Схемы расщепления уровней в этих случаях приведены на рис. 3 и 4.

Сходство схем на рис. 3 и 4 говорит о подобии процессов расщепления в этих случаях. При образовании цепочки происходит взаимодействие осцилляторов в отдельных звеньях. При этом возникающая волновая функция является суперпозицией волновых функций в ячейках [4,9]. Заметим, что здесь речь идет именно о самой волновой функции, а не о квадрате ее модуля. Рассмотрим для определенности первый энергетический уровень (уровень  $E=0.228949$  эВ на рис. 1). В этом случае на ширине ямы при резонансе укладывается одна полуволна. Пусть теперь к данному звену присоединили второе.

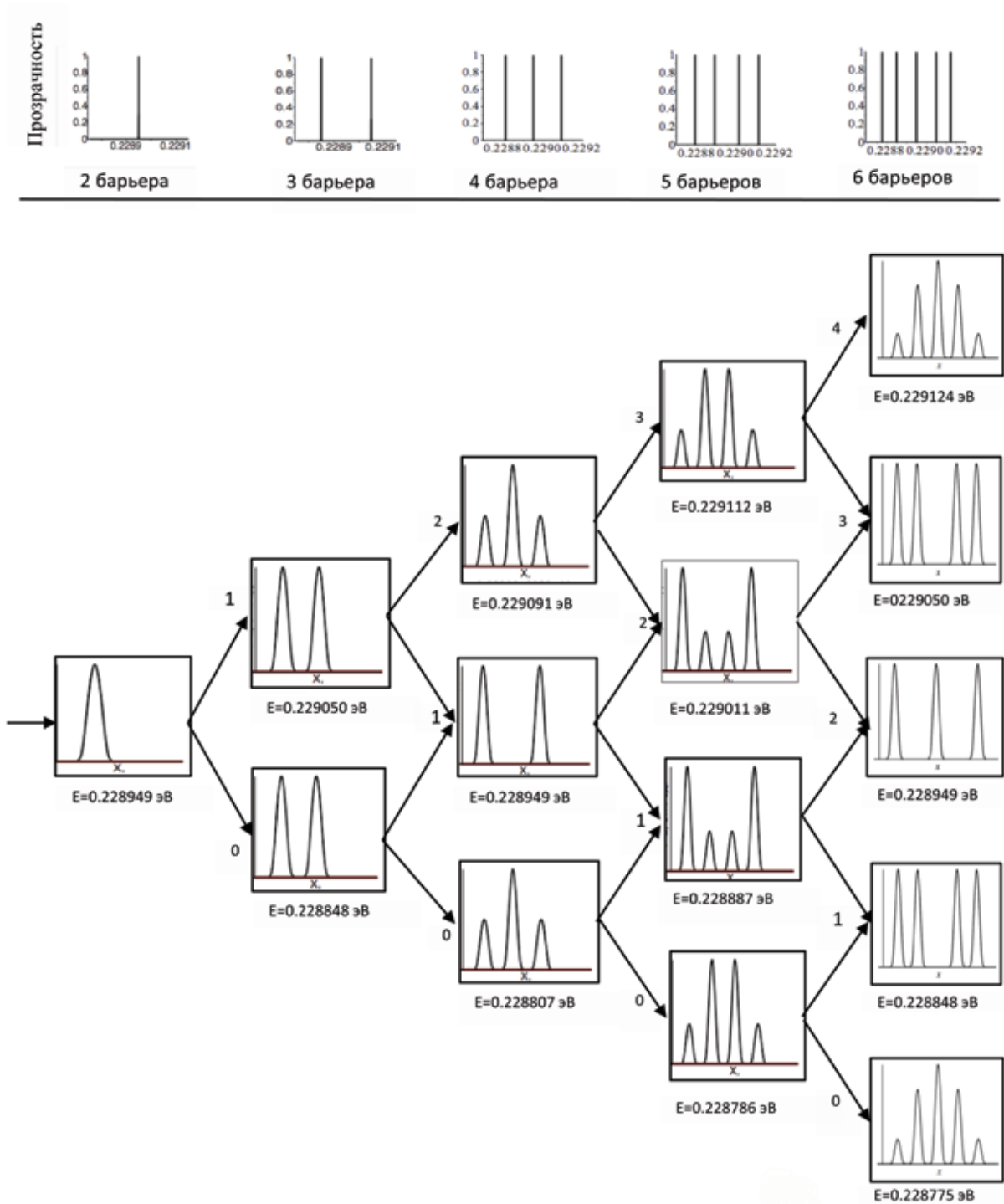


Рис. 3. Схема расщепления первого уровня прозрачности в простой цепочке (в квадратах показаны квадраты модуля соответствующих волновых функций).

Цифры возле стрелочек показывают число точек смены фаз колебаний для каждой конфигурации волновой функции.

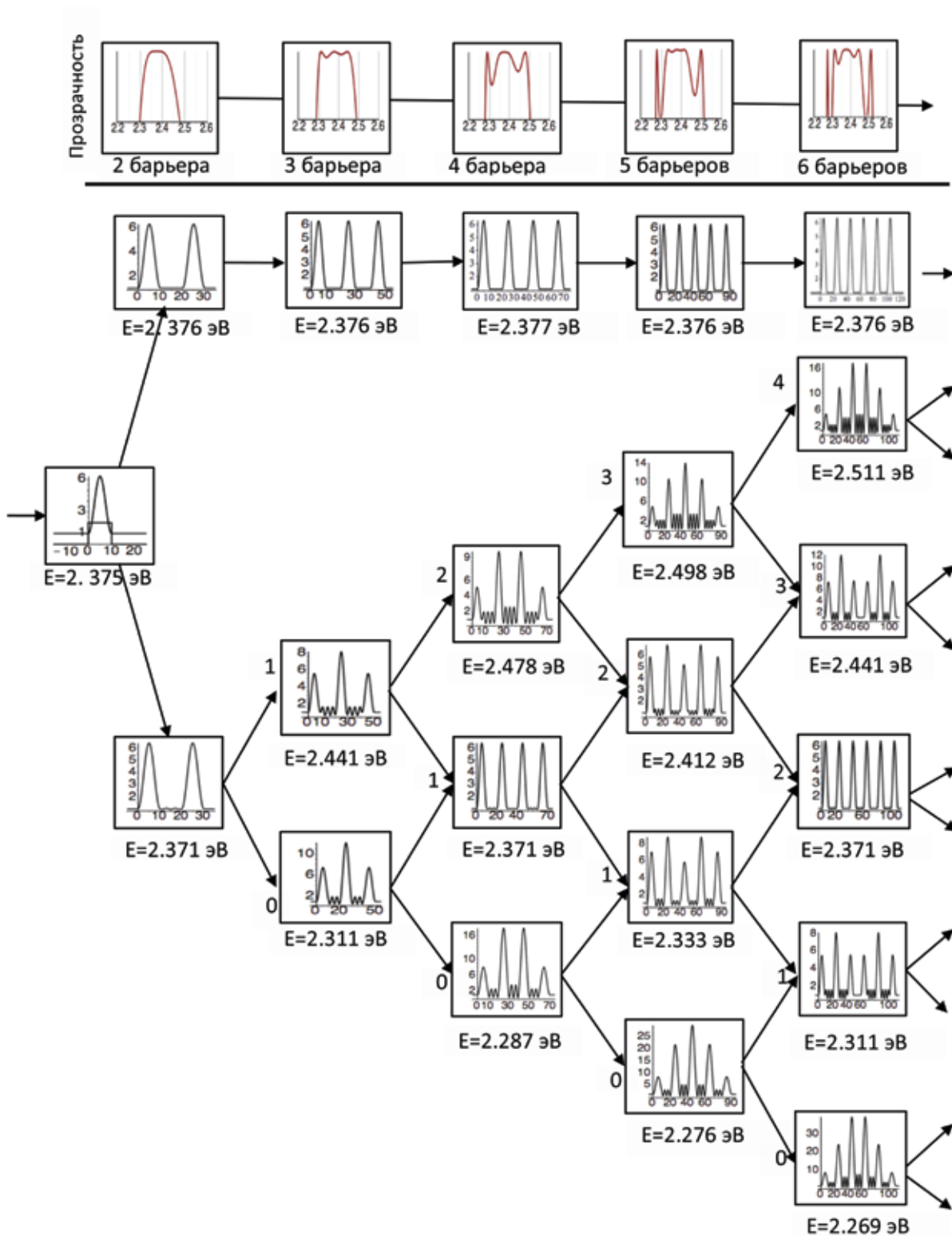


Рис. 4. Схема расщепления уровней при  $E > U$  в процессе образования цепочки.

Цифрами возле стрелочек обозначено число точек смены фаз колебаний.

В результате взаимодействия осцилляторов в звеньях образуется новая волновая функция, которая описывает колебания, происходящие в первой и второй ячейках. Если в результате взаимодействия осцилляторов колебания в обеих полу волнах происходят в одной фазе, то энергия колебаний уменьшается. Если колебания происходят в противоположных фазах, то энергия колебаний увеличивается [4,10-12]. Таким колебаниям соответствует симметричная и антисимметричная волновая функция [4,10]. В результате исходный уровень расщепляется на два. Если при этом воспользоваться аналогией с механическими колебаниями грузиков на пружинках, то в точках смены направлений колебаний пружины растянуты сильнее, что увеличивает энергию колебаний и, следовательно, энергию подуровня. При этом уменьшение энергии первого подуровня компенсируется увеличением энергии второго, что обеспечивает выполнение закона сохранения энергии. Следует отметить, что аналогичным образом изменяется частота колебаний и в связанных электрических контурах [11,12].

При увеличении числа звеньев взаимодействие осцилляторов в соседних ячейках происходит аналогичным образом. Схема расщепления уровней при увеличении числа звеньев показана на рис. 3 и 4. При этом число точек смены фаз колебаний (число узлов волновой функции, число мод колебаний) может изменяться от 0 до максимального значения  $N-1$ , где  $N$ -число звеньев в цепи. Число подуровней будет равно числу звеньев в цепочке. Подуровень, который соответствует колебаниям, происходящим синфазно, обладает наименьшей энергией. С появлением точек смены фаз энергия подуровня возрастает пропорционально числу этих точек. Следует отметить, что положение точек смены фаз не влияет на энергию подуровней. С увеличением длины цепочки энергетическое расстояние между подуровнями уменьшается, что связано с ослаблением взаимодействия между звеньями.

Пусть теперь  $E > U$ . В этом случае в элементарном звене, содержащем два барьера, образуются два подуровня с энергиями 2.371 эВ и 2.376 эВ. Второй из этих уровней (рис.2Б) имеет волновую функцию, характерную для не взаимодействующих барьеров, и наблюдается в цепочке с любым их числом (рис. 4). Энергия этих уровней и вероятность нахождения частицы в этих состояниях не зависят от числа звеньев в цепи. Первый уровень (с энергией 2.371эВ) образуется только в системах с четным числом барьеров. Это обусловлено тем обстоятельством, что для образования подобных комплексов необходимы два барьера. Для уровня 2.376 эВ в этом нет необходимости. При увеличении числа звеньев происходит расщепление уровней. Схема трансформации уровней показана на рис. 4. При этом заданному числу барьеров соответствует такое же число уровней и число главных максимумов в серии. Между главными максимумами располагаются побочные максимумы, обусловленные наличием стоячей волны между барьерами. При этом представ-



ления о смене фаз колебаний при образовании цепочки оказываются полезными для определения характера расщепления и вида волновых функций.

Для описания расщепления уровней воспользуемся уравнением Шредингера для цепочки

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U\right)\Psi(x) = E\Psi(x), \text{ где } U \text{ — потенциальная энергия} \quad (4)$$

Так как цепочка состоит из одинаковых звеньев, то  $U$  и  $\Psi$  — периодические функции. Поскольку размеры цепочки ограничены, то необходимо учесть граничные условия, которые можно записать в виде:

$$\Psi(0) = 0 \quad \text{и} \quad \Psi(x_{N+1}) = 0 \quad (5)$$

Искомую функцию  $\Psi(x)$  можно записать в следующем виде  $\Psi(x) = \sum_n C_n \Psi_n^0(x)$ , где  $\Psi_n^0(x)$  — волновая функция электрона в отдельной ячейке. Учитывая взаимодействие электрона только с ближайшими соседями [8-10], получим уравнение, описывающее поведение электрона в  $n$ -ой ячейке

$$(E_m - E_{0m})C_n = -A_m C_{n-1} - A_m C_{n+1} \quad (6)$$

Здесь для уровня с номером  $m$  ( $m=1, 2, 3$  на рис. 1)  $-A_m = -H_{n,m} = \int \Psi_n^* H \Psi_m dx$  и энергия исходного уровня составляет  $E_{0m}$ . Поскольку размеры цепочки ограничены, то происходит отражение волн от передней и задней границы и образуется стоячая волна. Поэтому искать решение уравнения (6) следует в виде

$$C_n = (\alpha \exp(ikx) + \beta \exp(-ikx)) \quad (7)$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  определяются из граничных условий. Подставляя выражение (7) в (6), после преобразований получаем

$$E_m = E_{0m} - 2A_m \cos(kd) \quad (8)$$

Это соотношение дает связь между энергией электрона и его волновым числом.

Используя граничные условия (5), получим

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \alpha \exp(ik(N+1)d) + \beta \exp(-ik(N+1)d) = 0. \end{cases}$$

Отсюда  $\exp(ik(N+1)d) - \exp(-ik(N+1)d) = 0$ .

Или

$$\sin(k(N+1)d) = 0 \quad (9)$$

В цепочке, содержащей  $N$  ям, существует  $N$  возможных решений, соответствующих определенным модам колебаний. Этим модам ( $j$  — номер моды колебаний) соответствуют значения волнового числа

$$k_j = \frac{\pi j}{(N+1)d}, \quad \text{где } j=1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (8), получаем для энергии подуровней следующее соотношение

$$E_{mj} = E_{0m} - 2A_m \cos\left(\frac{\pi j}{N+1}\right), \quad \text{где } j=1, 2, \dots, N, \quad (11)$$

Проведенное рассмотрение приводит к зонному характеру распределения состояний по энергии и позволяет найти энергетический спектр частиц в зависимости от количества звеньев в цепи [9].

В случае  $E > U$  расчет выполняется аналогично, но необходимо учесть, что частицы локализуются в области барьеров, и число барьеров на единицу больше, чем число ям. Соответствующий расчет приводит к соотношению

$$E_{mj} = E_{0m} - 2A_m \cos\left(\frac{\pi j}{M}\right), \quad \text{где } j=1, 2, \dots, M-1 \text{ и } M \text{ — число барьеров.} \quad (12)$$

При расчете числа подуровней следует помнить, что имеется еще один подуровень (в нашем случае это  $E=2.376$  эВ), который не расщепляется на подуровни. Таким образом в сверхрешетке, содержащей  $M$  барьеров образуется  $M$  подуровней.

### **Перестройка волновых функций при образовании цепочки**

При образовании слоистой квантово-размерной структуры существенные изменения испытывают не только энергетические уровни, но и волновые функции. Волновые функции для  $E < U$  и  $E > U$  приведены на рис. 5.

Пусть  $E < U$ . Для определенности рассмотрим волновые функции, соответствующие первому уровню (рис. 1,  $E=0.228949$  эВ) в цепочке, содержащей шесть барьеров. Волновые функции, соответствующие первым трем модам, показаны на рис. 5А. Здесь рис. 5А-1 соответствует первой моде колебаний, а рис. 5А-2 — второй, рис. 5А-3 — третьей моде колебаний.

В элементарном звене квадрат модуля волновой функции имеет характерный колоколообразный вид (рис. 1А, кривая 1). При образовании цепочки волновая функции приобретает сложный вид. Конфигурация волновой функции при этом в значительной степени определяется структурой цепочки.

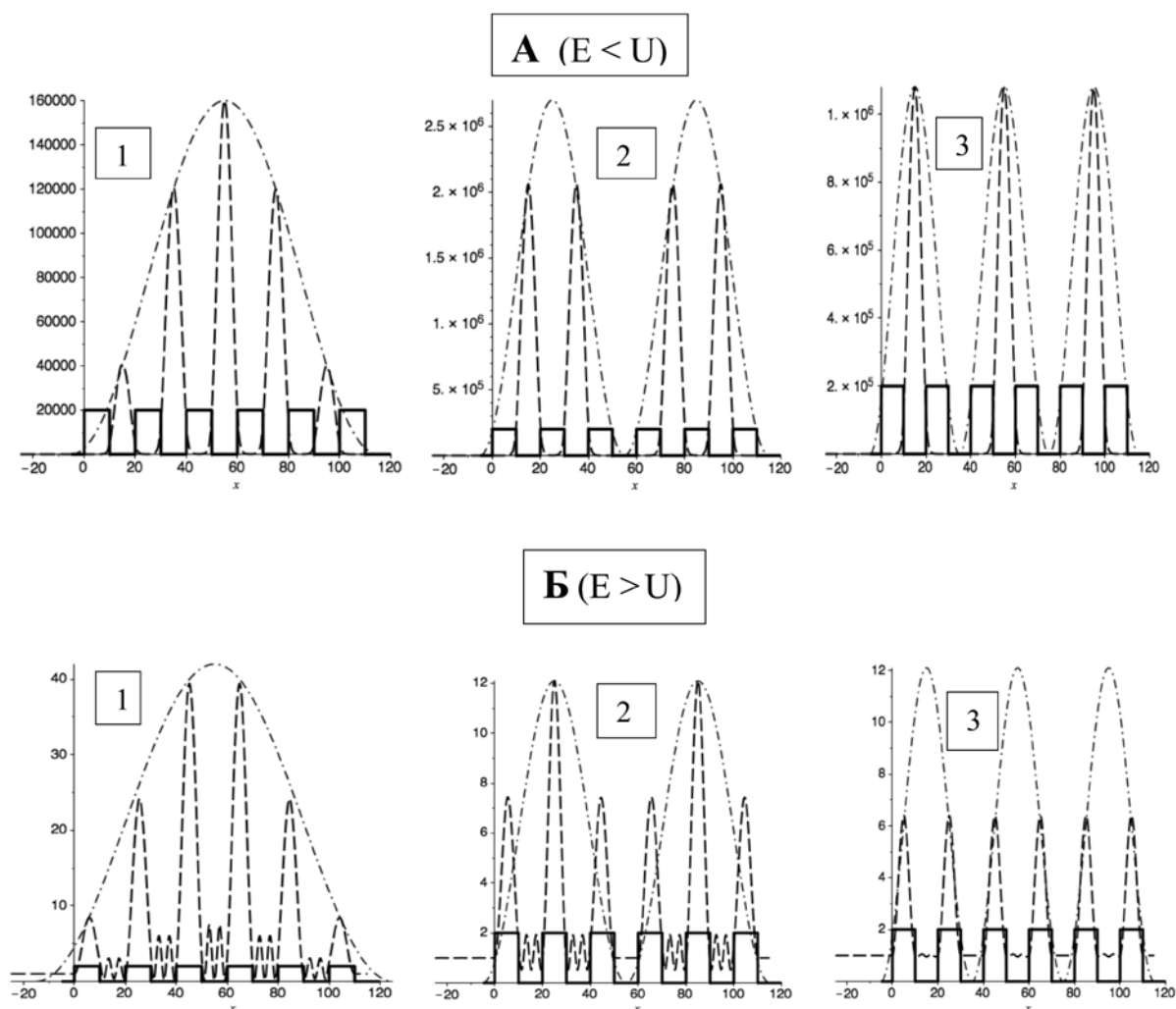


Рис. 5. Квадраты модуля волновых функций частиц в цепочке, содержащей шесть барьеров.

**А** — энергия частицы меньше высоты барьера;

**Б** — энергия частицы больше высоты барьера.

1 — первая мода; 2 — вторая мода; 3 — третья мода

Существенную роль при этом играют развитые в предыдущем разделе представления о точках смены фаз колебаний. Число мод колебаний определяется числом ячеек. Наименьшую энергию имеют колебания, соответствующие первой моде, когда на длине цепочки укладывается одна полуволна ( $E=0.228786$  эВ). Колебания осцилляторов здесь во всех звеньях происходят

в одной фазе (точки смены фаз отсутствуют (рис. 5А-1)). Для второй моды колебаний на длине цепочки укладывается две полуволны (рис. 5А-2). Такой конфигурации соответствует одна точка смены фаз колебаний (один узел) и энергия уровня  $E=0.228887$  эВ.

Отметим следующую особенность. В случае  $E < U$  частицы локализованы в потенциальных ямах. Так как число ям на единицу меньше числа барьеров, то и число пиков волновой функции соответственно на единицу меньше. При этом, если положение точки смены фаз совпадает с ямой, то соответствующий пик волновой функции не возникает и общее число пиков уменьшается. С увеличением номера моды такая ситуация может повторяться (рис. 5 А-2,3)

Рассмотренная ситуация сохраняется и для последующих мод колебаний. Здесь также росту номера моды соответствует увеличение числа точек смены фаз и увеличение энергии подуровней. Заметим, что энергия подуровней не зависит от места положения точек смены фаз колебаний.

В случае  $E > U$  перестройка волновых функций носит более сложный характер. В этом случае частицы локализуются, главным образом, в области барьеров (рис. 5Б), где их кинетическая энергия достаточно мала. Понятие о точках смены фаз колебаний (об узлах волновой функции) оказывается полезным и в этом случае. Здесь также с увеличением номера моды растет энергия подуровней.

Имеется, однако, и ряд особенностей по сравнению со случаем  $E < U$ .

1) Число пиков волновой функции равно числу барьеров. Их количество определяется только числом барьеров и не зависит от номера моды.

2) В случае совпадения узла волновой функции с барьером соответствующий пик не исчезает. Уменьшается лишь его высота.

3) Из всей совокупности подуровней можно выделить один (в данном случае это уровень  $E=2.376$  эВ), который не расщепляется на подуровни. Соответствующая волновая представляет собой систему волновых функций одиночного прямоугольного барьера рис. 2 Б). Число пиков при этом равно числу барьеров (рис. 4).

Обращает на себя внимание симметричный вид волновых функций относительно середины цепочки. Именно такой вид волновой функции обеспечивает, по нашему мнению, равенство потоков частиц слева направо и справа налево, что и приводит к высокой прозрачности цепочки. Следует отметить также, что волновые функции  $m$ -ой и  $(N+1-m)$ -ой мод имеют совершенно одинаковый вид.

Действительно из (4) и (6) вытекает, что вероятность обнаружить частицу в ячейке с номером  $n$  можно представить в виде

$$\Psi^2 = a \cdot \sin^2(kx_n) = a \sin^2\left(\frac{\pi j n}{N+1}\right) \quad (13)$$

Здесь учтено, что  $x_n = nd$ ,  $n$ — номер ячейки ( $n=1..N$ ),  $d$ — период структуры,  $j$ —номер моды ( $j=1..N$ ). Из этого соотношения видно, что при

$$j_1 + j_2 = N + 1 \quad \Psi_1^2 = \Psi_2^2, \text{ и при } n_1 + n_2 = N + 1 \quad \Psi_1^2 = \Psi_2^2$$

Таким образом, рассмотренная модель позволяет объяснить основные особенности перестройки волновых функций при образовании слоистой структуры.

### Заключение

В работе рассмотрен процесс перестройки резонансно-туннельных уровней (РТУ) при образовании слоистой квантово-размерной структуры. Показано, что существенным изменениям при этом подвергается и волновая функция.

1. Установлено, что при образовании цепочки РТУ расщепляются на систему подуровней, число которых равно числу звеньев в цепочке.

2. Определены значения энергии этих подуровней и соответствующие им волновые функции в зависимости от числа звеньев. Прозрачность цепочки для этих значений энергии равна единице. Предложена методика, позволяющая оценить эти энергии и построить соответствующие волновые функции.

3. Для объяснения механизма перестройки уровней развиты представления о точках смены фаз колебаний. Это такие точки, в которых фазы колебаний в соседних звеньях изменяются на противоположные. Число таких точек изменяется в пределах от нуля до  $N-1$ . Соответственно число подуровней, на которые расщепляется исходное состояние, равно числу звеньев в цепи. Чем больше таких точек, тем выше энергия колебаний.

4. Рассмотренные представления справедливы как для  $E < U$ , так и для  $E > U$ . Установлено, что для  $E > U$  имеется энергия, при которой цепочку можно рассматривать как совокупность независимых барьеров такой же высоты.

### Литература

1. Демиховский В. Я, Вугальтер Г. А. Физика квантовых низкоразмерных структур.// М.: Логос, 2000, 248 с.
2. Херман М. Полупроводниковые сверхрешетки.// М., Мир, 1989, 240 с.
3. Силин А.П. Полупроводниковые сверхрешетки.// УФН, т. 147, вып. 3, 485-516 с.
4. Драгунов В. П., Неизвестный И. Г., Гридчин В. А. Наноэлектроника, часть 1.//М., «Юрайт», 2019, 285 с.
5. Аладышкин А. Ю. Туннельные явления в нанопизике.// Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т., 2011, 32 с.
6. Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров И. Е. Основы физики плазмы.// СПб: Лань, 2011, 448 с.

7. Давыдов А.С. Квантовая механика. //М.: Наука, 1973, 702 с.
8. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 9, Квантовая механика (II).// М.: Мир, 1967, 259 с.
9. Дегтярев В.Ф., Жилинский А.П. Трансформация резонансных туннельных уровней при образовании слоистой квантово-размерной структуры. // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование. 2020, т.21, № 2, 33-48 с.
10. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела.// М.: Наука, 1978, 791 с.
11. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний.// СПб: Лань, 2005, 440 с.
12. Крауфорд Ф. Берклевский курс физики, т.3, Волны. // М.: Наука, 1984, 521 с.

## RESTRUCTURING OF RESONANT TRANSPARENCY LEVELS DURING THE FORMATION OF A QUANTUM-DIMENSIONAL CHAIN

V.F. Degtiarev<sup>1</sup>, A.P. Zhilinsky<sup>2</sup>

*Moscow Technical University of Communications and Informatics,*

*Moscow, Aviamotornaya st., 8a;*

*E-mail: <sup>1</sup>vfsteel2008@jmail.com, <sup>2</sup>zhilinsk@yandex.ru*

Received 18.02.2022

The process of rearrangement of resonant tunneling levels during the formation of a layered quantum-size structure has been studied. For particles with an energy equal to the energy of the levels, the transparency of the structure is equal to unity. It has been established that with an increase in the number of links, these levels split into similar sublevels and the wave function changes. The energies of these sublevels and wave functions are determined. Schemes are proposed and the mechanism of level restructuring in the chain is considered. This mechanism is based on ideas about the points of phase change of oscillations of oscillators during the formation of a chain. It has been established that the parameters of these sublevels (energy, wave function) depend on the parameters of barriers, wells, and the number of cells in the chain. A model is considered that makes it possible to determine the characteristics of these sublevels, in particular, their energy and wave functions. The dependence of the wave function and level parameters on the characteristics of the chain is studied. Two cases are considered when  $E < U$  and when  $E > U$ .

*Keywords: quantum mechanics, quantum barrier, wave function, transparency, nanoelectronics, resonant tunneling.*