

ISSN 2224-8412

20(2)  2020



# НАНОСТРУКТУРЫ

**математическая физика и моделирование**



Nanostructures. Mathematical physics & modelling

# НАНОСТРУКТУРЫ

математическая физика и моделирование

---

Nanostructures.  
Mathematical Physics & Modelling

***2020, volume 20(2)***

---

# Наноструктуры. Математическая физика и моделирование

Редколлегия:

**В.А. Аветисов, А.А. Белолипецкий И.В. Волович,  
В.В. Гусаров, П.Н. Дьячков, Р.Г. Ефремов, Ю.Е. Лозовик,  
М.А. Мазо, В.П. Маслов (главный редактор),  
А.В. Махиборода (ответственный секретарь), А.Ю. Морозов,  
С.А. Никитов, Г.Э. Норман, Р.А. Сурис, В.А. Тулин, Ю.А. Флёров,  
В.Е. Фортов, А.С. Холево, А.Р. Хохлов, А.В. Чаплик,  
Л.А. Чернозатонский, К.В. Шайтан**

Электронная версия журнала размещается на сайте  
<http://nano-journal.ru>

**Адрес редакции:**

123458, Москва, ул. Таллинская, д. 34, каб. 429  
+7 (495) 916-88-76  
[nanostructures@hse.ru](mailto:nanostructures@hse.ru)

Москва

© 2020, Европейский центр по качеству  
ООО Сенсор Микрон

# Содержание

Зверев О.В., Хаметов В.М., Шелемех Е.А. <b>Математическая модель ценообразования для европейского опциона на неполном рынке без транзакционных издержек (дискретное время). Часть II.</b> . . . . .	5
Дедкова А.А., Киреев В.Ю., Махиборода М.А. <b>Возможности и ограничения метода контактной профилометрии при определении перепада высот для контроля топологических элементов и толщины слоев</b> . . . . .	23
Дедкова А.А., Махиборода М.А. <b>Применение оптической микроскопии для качественного и количественного анализа поверхности твердых тел</b> . . . . .	41
<b>Актуальные публикации прошлых лет</b>	
<b>На пути к теоретической биологии. I. Пролегомены.</b>	
К.Х.Уоддингтон <b>Основные биологические концепции</b> . . . . .	65
Информация и правила для авторов . . . . .	87

# Contents

O. Zverev, V. Khametov, E. Shelemekh <b>Mathematical model of European option pricing in incomplete market without transaction costs (discrete time). Part II.</b> .....	5
A.A. Dedkova, V. Yu. Kireev, M.A. Makhaboroda <b>Possibilities and limitations of the contact profilometry method for determining the height difference for monitoring topological elements and layer thickness</b> .....	23
A.A. Dedkova, M.A. Makhaboroda <b>Application of optical microscopy for the qualitative and quantitative analysis of the solid surface.</b> .....	41
<b>Actual matter published in the last years</b> <b>Towards a theoretical biology. I. Prolegomena</b>	
C.H. Waddington <b>Basic biological concepts</b> .....	65
The information and rules for authors .....	87

# MATHEMATICAL MODEL OF EUROPEAN OPTION PRICING IN INCOMPLETE MARKET WITHOUT TRANSACTION COSTS (DISCRETE TIME). PART II.

Oleg Zverev<sup>1</sup>, Vladimir Khametov<sup>2</sup>, Elena Shelemekh<sup>1</sup>

*zv-oleg@yandex.ru, khametovvm@mail.ru, letis@mail.ru*

<sup>1</sup>*Central Economic Mathematical Institute of RAS*

<sup>2</sup>*National Research University Higher School of Economics*

Received 25.01.2020

This is the second part of the paper. Here general model of the first part is implemented to design pricing models for special cases of one-dimensional incomplete final market and compact  $(1; S)$ -market.

*Keywords: European option, hedging, minimax portfolio, incomplete market, final market, compact market.*

DOI: 10.31145/2224-8412-2020-20--2-05-22

## Introduction.

This is second part of the paper. Here general results of the first part are implemented to design pricing models for special cases of European option in one-dimensional incomplete final market and compact  $(1, S)$ -market (both with discrete time and without transaction costs). The results are stated in sections 5 and 6. Particularly, in section 5 we construct superhedging and minimax portfolios for incomplete final  $(1, S)$ -market, specifies by relation (1). Here recurrent relation (5) from Theorem 1 of [3] is used to state, that the upper guaranteed value is a Markov random function (Theorem 16), and to find explicit formulas for one-step transition probabilities of random sequence (1) with respect to the worst-case measure  $Q^*$ . Example of calculation for European option in incomplete one-dimensional compact  $(1, S)$ -market is presented in section 6.

### §5. Minimax hedging portfolio of a European option in a finite incomplete $(1, S)$ -market

The aim of this section is to construct the minimax hedging portfolio of a European option in a finite  $(1, S)$ -market. Throughout this section we assume that, with respect to a basic measure  $P$ , the returns of the risky assets are represented by a sequence of independent and identically distributed random variables with finitely many values.

5.1. In this subsection, we introduce a finite  $(1, S)$ -market.

Let  $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \in N_0}, \mathbf{P})$  be a stochastic basis. We assume that  $\{S_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_0}$  is a one-dimensional sequence of random variables defined on  $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \in N_0}, \mathbf{P})$  such that, for each  $t \in N_0$ , this sequence admits the representation

$$S_t = S_{t-1} (1 + \rho_t), \quad S_t|_{t=0} = S_0 > 0, \quad (1)$$

where  $S_0$  is nonrandom and  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  is a sequence of random variables. From the economic standpoint,  $\rho_t$  is the return of the risky asset at the moment  $t \in N_1$ . Suppose that  $0 < S_0 \leq c_5$ . Let us also assume that the sequence  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  satisfies the following conditions.

Conditions  $(\rho)$ :

(1)  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  is a sequence of independent and identically distributed random variables;

(2) for any  $t \in N_1$ , the random variable  $\rho_t$  takes values in the set  $\Gamma \triangleq \{a_1, \dots, a_l\}$  with probabilities  $p_1, \dots, p_l$ , where  $p_i = \mathbf{P}(\rho_t = a_i)$ ,  $i = \overline{1, l}$ ; moreover,

(a)  $2 \leq l < \infty$ ;

(b)  $\inf_{1 \leq i \leq l} a_i > -1$ ,  $\sup_{1 \leq i \leq l} a_i < \infty$ ;

(c) there is no  $i \in \{2, \dots, l\}$  such that  $a_i = 0$ ;

(d) there are  $j, k \in \{1, \dots, l\}$  such that  $a_j < 0$ ,  $a_k > 0$ .

It follows from  $(\rho)$  that

(1)  $\rho_t$  is an  $l$ -valued random variable with multinomial distribution such that it admits the representation

$$\rho_t = \sum_{i=1}^l a_i 1_{\{\rho_t = a_i\}},$$

where  $1_{\{\rho_t = a_i\}} = \begin{cases} 1, & \rho_t = a_i \\ 0, & \rho_t \neq a_i \end{cases}$ ;

(2) without loss of generality, we can assume that  $-1 < a_1 < a_2 < \dots < a_l < \infty$ ;

(3) for any  $t \in N_0$  random variable  $S_t > 0$ ;

(4) the sequence  $\{S_t\}_{t \in N_0}$  defined by recurrent relation (1) is a homogeneous Markov chain with respect to the basic measure  $\mathbf{P}$ .

5.2. We need the following notation and remarks.

Clearly, the introduced  $(1, S)$ -market without transaction costs is incomplete for  $l \geq 3$ .

Let random sequence  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  satisfy conditions  $(\rho)$  and  $\mathfrak{R}_{N,l}^d$  be a set of probability measures on trajectories of this random sequence. Obviously  $\mathfrak{R}_{N,l}^d \neq \emptyset$ . For any  $\mathbf{P}$  and  $\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$  we define  $p_i \triangleq \mathbf{P}(\rho_t = a_i)$ ,  $q_i \triangleq \mathbf{Q}(\rho_t = a_i)$ .

Conditions ( $\mathfrak{R}_{N,l}^d$ ):

(1) with respect to any measure  $\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$  random variables  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  are independent and identically distributed;

(2) if  $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$ , then for any  $i \in \{1, \dots, l\}$  we have  $0 < p_i < 1, 0 < q_i < 1,$   
 $\sum_{i=1}^l p_i = \sum_{i=1}^l q_i = 1.$

If  $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$ , then for any  $i \in \{1, \dots, l\}, 0 < p_i < 1, 0 < q_i < 1,$   
and  $\sum_{i=1}^l p_i = \sum_{i=1}^l q_i = 1.$  In this case, the Radon–Nikodym derivative of the probability measure  $\mathbf{Q}$  with respect to the probability measure  $\mathbf{P}$  allows the representation

$$\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}}(\rho_1, \dots, \rho_N) = \prod_{j=1}^l \left( \frac{q_j}{p_j} \right)^{\sum_{t=1}^N 1_{\{\rho_t = a_j\}}}$$

(see [6]).

Note that in this case  $\mathfrak{R}_{N,l}^d$  is a convex weakly compact set.

Let  $\varphi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^1$  be a bounded borelean function denoted by  $\varphi(x).$  Assume that the contingent claim has the form  $\varphi(S_N) = \varphi(x)|_{x=S_N}.$

In this section, we consider the problem of constructing the minimax hedging portfolio for the European contingent claim  $\varphi(S_N)$  with a time horizon  $N$  in the introduced incomplete finite  $(1, S)$ -market.

Obviously, Theorems 10–15 of [3] hold in this case. Therefore, there is a probability measure  $\mathbf{Q}_l^*$  with respect to which the  $(1, S)$ -market in consideration is the worst-case complete one. However, results of [3] does not give any explicit formula for the one-step transition probability for the sequence  $(S_t, \mathcal{F}_t)_{t \in N_0}$  with respect to the measure  $\mathbf{Q}^*.$  Hence, to find the explicit form of these probabilities and to construct the minimax hedging portfolio, we consider recurrent relation (5) from [3] (with our assumptions taken into account).

5.3. In this subsection, we consider recurrent relation (8) from [3] with the above remarks taken into account.

By  $\bar{V}_t^l$  we denote the  $\mathcal{F}_t^S$ -measurable random variable

$$\bar{V}_t^l \triangleq \inf_{\gamma_{t+1}^N \in D_{t+1}^N} \sup_{\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \exp \left\{ \varphi(S_N) - \sum_{i=t+1}^N \gamma_i \Delta S_i \right\} \middle| \mathcal{F}_t^S \right]. \quad (2)$$

A reasoning similar to that used to prove Theorem 1 in [3] shows that, in



this case, the sequence  $\{\bar{V}_t^l, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_1}$  satisfies the recurrent relation

$$\begin{cases} \bar{V}_{t-1}^l = \inf_{\gamma \in D_t} \sup_{Q \in \mathfrak{R}_{N,l}^d} \mathbf{E}^Q \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \\ \bar{V}_t^l |_{t=N} = e^{\varphi(S_N)}. \end{cases} \quad (3)$$

The following theorem is the main result of this section.

**Theorem 16** *Suppose that conditions  $(\rho)$  and  $(\mathfrak{R}_{N,l}^d)$  hold and the sequence  $\{S_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_0}$  satisfies recurrent relation (1). Let  $\varphi(x)$  be a bounded borelean function. We also assume that  $\bar{V}_t^l$  defined by (2) satisfies recurrent relation (3).*

*Then the following statements are true.*

(1)  $D_t = \mathbb{R}^1$  for any  $t \in N_0$ .

(2) *There is a borelean function  $\bar{V}_t^l(x)$  on  $N_0 \times \mathbb{R}^+$  ranging in  $\mathbb{R}^+$  such that for any  $t \in N_0$ , we have  $\bar{V}_t^l = \bar{V}_t^l(x) |_{x=S_t}$  P-a.s.*

*Moreover, for any  $t \in N_1$  and  $x \in \mathbb{R}^+$ , the function  $\bar{V}_t^l(x)$  satisfies the recurrent relation*

$$\begin{cases} \bar{V}_{t-1}^l(x) = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \sup_{\substack{0 < q_i < 1, \quad i = \bar{1}, \bar{l}, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1}} \left( \sum_{i=1}^l \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) e^{-\gamma x a_i q_i} \right) \\ \bar{V}_t^l |_{t=N} = e^{\varphi(x)} \end{cases} \quad (4)$$

**PROOF OF THEOREM 16.** (1) We prove that for any  $t \in N_1$ , the set  $D_t = \mathbb{R}^1$ . It is sufficient to prove that for any  $t \in N_1$  and  $\gamma \in \mathbb{R}^1$ ,

$$\sup_{Q \in \mathfrak{R}_{N,l}^d} \mathbf{E}^Q \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] < \infty \quad \text{P-a.s.} \quad (5)$$

Note that (1) if  $\sup_{x \in \mathbb{R}^1} |\varphi(x)| \leq c_6$ , where  $c_6 > 0$  is a constant, then for any  $t \in N_0$ ,

$$0 < \bar{V}_t^l \leq e^{c_6}. \quad (6)$$

The reasoning we used to prove inequality (52) in [3] (see the proof of Theorem 2 in [3]) is just as good for inequality (6). Therefore, the proof of (6) is omitted.

(2) Representation (1) implies that for any  $t \in N_0$ , the random variable  $S_t$  admits the representation

$$S_t = S_0 \prod_{i=1}^t (1 + \rho_i). \quad (7)$$

If  $\mathcal{F}_t^\rho \triangleq \sigma \{S_0, \rho_1, \dots, \rho_t\}$ , then (7) means that for any  $t \in N_1$ ,  $\mathcal{F}_t^S = \mathcal{F}_t^\rho$ . Further, it follows from (7) and conditions  $(\rho)$  that for any  $t \in N_0$ , there is a constant  $c_7 > 0$  such that

$$0 < S_t \leq c_5 (1 + a_l)^t \leq c_7. \quad (8)$$

Consider  $\mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-(\gamma, \Delta S_t)} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]$ , where  $t \in N_1$ ,  $\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$ , and  $\gamma \in D_t$  are arbitrary. Using Dynkin–Evstigneev’s lemma [2], we obtain

$$0 \leq \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma x \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \Big|_{x=S_{t-1}}. \quad (9)$$

The fact that  $\{\rho_t\}_{t \in N_1}$  is a family of mutually independent random variables with respect to any measure  $\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$ , inequalities (6) and (9), and conditions  $(\rho)$  imply that for any  $t \in N_1$  and  $x, \gamma \in \mathbb{R}^1$ , the inequalities hold

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma x \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] &\leq e^{c_6} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ e^{-\gamma x \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \\ &= e^{c_6} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} e^{-\gamma x \rho_t} = e^{c_6} \sum_{i=1}^l e^{-\gamma x a_i} q_i \leq e^{c_6} l e^{|\gamma| |x| a_l} < \infty. \end{aligned} \quad (10)$$

Formula (10) and conditions  $(\rho)$  imply inequality (5) for any  $\gamma \in \mathbb{R}^1$ . Therefore, for any  $t \in N_1$ , we obtain  $D_t = \mathbb{R}^1$ .

Now we are going to prove that  $\bar{V}_t^l$  is a Markov random function. This means that there exists a borelean function  $\bar{V}_t^l(x)$  on  $N_0 \times \mathbb{R}^+$  ranging in  $\mathbb{R}^+$  and such that for each  $t \in N_1$ , there the representation  $\bar{V}_t^l = \bar{V}_t^l(x) |_{x=S_t}$  holds. To prove this, we shall need a few auxiliary remarks. Since  $\bar{V}_t^l$  is an  $\mathcal{F}_t^S$ -measurable function, Borel’s theorem yields that for each  $t \in N_0$ , there exists a borelean function  $\tilde{V}_t(x_0, \dots, x_t)$  defined on  $(\mathbb{R}^+)^{t+1}$  and ranging in  $\mathbb{R}^+$ , where  $x_i \in \mathbb{R}^+$ ,  $i = \overline{0, t}$ , such that

$$\bar{V}_t^l = \tilde{V}_t(x_0, \dots, x_t) |_{x_i=S_i \ i=\overline{0,t}}.$$

Hence, it follows from (1), Dynkin–Evstigneev’s lemma [2], and conditions  $(\rho)$  that for any  $t \in N_1$ ,  $\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d$  and  $\gamma \in D_t$ , the equalities hold

$$\mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}, S_t) e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}, S_{t-1}(1 + \rho_t)) e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \\
&= \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \tilde{V}_t(x_0, \dots, x_{t-1}, x_{t-1}(1 + \rho_t)) e^{-\gamma x_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \Big|_{x_i=S_i \quad i=\overline{0, t-1}} = \\
&= \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \tilde{V}_t(x_0, \dots, x_{t-1}, x_{t-1}(1 + \rho_t)) e^{-\gamma x_{t-1} \rho_t} \right] \Big|_{x_i=S_i \quad i=\overline{0, t-1}} = \\
&= \sum_{i=1}^l \tilde{V}_t(x_0, \dots, x_{t-1}, x_{t-1}(1 + a_i)) e^{-\gamma x_{t-1} a_i} q_i \Big|_{x_i=S_i \quad i=\overline{0, t-1}} = \\
&= \sum_{i=1}^l \tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}, S_{t-1}(1 + a_i)) e^{-\gamma S_{t-1} a_i} q_i. \tag{11}
\end{aligned}$$

Formula (11) yields that for any  $t \in N_1$  and  $\gamma \in D_t$ ,

$$\begin{aligned}
&\sup_{\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \bar{V}_t^l e^{-\gamma S_{t-1} \rho_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \tag{12} \\
&= \sup_{\left\{ \begin{array}{l} 0 < q_i < 1, \quad i = \overline{1, l}, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\}} \sum_{i=1}^l \tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}, S_{t-1}(1 + a_i)) e^{-\gamma S_{t-1} a_i} q_i.
\end{aligned}$$

Taking into account the above remarks and (12), we can rewrite (3) as

$$\begin{aligned}
&\tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}) = \\
&= \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \sup_{\left\{ \begin{array}{l} 0 < q_i < 1, \quad i = \overline{1, l}, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\}} \sum_{i=1}^l \left[ \tilde{V}_t(S_0, \dots, S_{t-1}, S_{t-1}(1 + a_i)) \times \right. \\
&\quad \left. \times e^{-\gamma S_{t-1} a_i} q_i \right].
\end{aligned}$$

Let us now prove that  $\bar{V}_t^l$  is a Markov random function. At first, we will prove that for any  $t \in N_0$ , there is a borelean function  $\bar{V}_t^l(x)$  ranging in  $\mathbb{R}^+$  denoted by  $\bar{V}_t^l(x)$  and such that  $\bar{V}_t^l(S_t) \triangleq \bar{V}_t^l(x) |_{x=S_t}$  satisfies recurrent relation (13). We proceed by the backward induction. Since  $\bar{V}_t^l |_{t=N} = e^{\varphi(S_N)}$ , our assertion is true for  $t = N$ .

Suppose that  $\bar{V}_t^l = \bar{V}_t^l(S_t)$ . We must prove that  $\bar{V}_{t-1}^l = \bar{V}_{t-1}^l(S_{t-1})$ . Recurrent relation (13) yields that

$$\bar{V}_{t-1}^l = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \sup \left\{ \begin{array}{l} 0 < q_i < 1, \quad i = \overline{1, l}, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\} \sum_{i=1}^l \bar{V}_t^l(S_{t-1}(1+a_i)) e^{-\gamma S_{t-1} a_i} q_i. \quad (13)$$

Since the right-hand side of (13) is measurable with respect to the  $\sigma$ -algebra  $\sigma\{S_{t-1}\}$  generated by the random variable  $S_{t-1}$ , the left-hand side of (13) is also measurable with respect to the  $\sigma$ -algebra  $\sigma\{S_{t-1}\}$ . Therefore,  $\bar{V}_t^l$  is a Markov random function. Thus, recurrent relation (13) takes the form (4). This completes the proof of the theorem.

5.4. In this subsection, we prove that the inner supremum and the outer infimum in recurrent relation (4) are attained. We also prove the existence of the unique martingale measure in the considered  $(1, S)$ -market.

The main result of this subsection is the following theorem.

**Theorem 17** *Let the assumptions of Theorem 16 be satisfied. Then the following assertions are true.*

(1) *For any  $t \in N_1$  and  $x \in \mathbb{R}^+$ , the borelean function  $\ln \bar{V}_t^l(x)$  satisfies the recurrent relation*

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln \bar{V}_{t-1}^l(x) = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \max_{1 \leq i \leq l} \left[ \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) - \gamma x a_i \right] \\ \ln \bar{V}_t^l(x) |_{t=N} = \varphi(x). \end{array} \right. \quad (14)$$

(2) *There are reflections  $i^* : N_1 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \Gamma$ ;  $j^* : N_1 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \Gamma$  and  $\gamma^* : N_1 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^1$  respectively denoted by  $i_t^*(x)$ ,  $j_t^*(x)$  and  $\gamma_t^*(x)$  such that*

$$\begin{aligned} \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \max_{1 \leq i \leq l} \left[ \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) - \gamma x a_i \right] &= \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{i_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{i_t^*(x)} = \\ &= \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{j_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{j_t^*(x)}, \end{aligned} \quad (15)$$

moreover, for any  $t \in N_1$  and  $x \in \mathbb{R}^+$ :

- (a)  $a_{i_t^*(x)} < 0$ ,  $a_{j_t^*(x)} > 0$ ,
- (b)  $\gamma_t^*(x)$  can be calculated by the formula

$$\gamma_t^*(x) = \frac{1}{x(|a_{i_t^*(x)}| + a_{j_t^*(x)})} \ln \frac{\bar{V}_t^l(x(1+a_{j_t^*(x)}))}{\bar{V}_t^l(x(1+a_{i_t^*(x)}))}. \quad (16)$$

(3) Formula (14) can be rewritten as

$$\begin{cases} \ln \bar{V}_{t-1}^l(x) = (1 - q_t^*(x)) \ln \bar{V}_t^l(x(1 + a_{i_t^*}(x))) + q_t^*(x) \ln \bar{V}_t^l(x(1 + a_{j_t^*}(x))) \\ \ln \bar{V}_t^l(x)|_{t=N} = \varphi(x), \end{cases} \quad (17)$$

where

$$q_t^*(x) = \frac{|a_{i_t^*}(x)|}{|a_{i_t^*}(x)| + a_{j_t^*}(x)}. \quad (18)$$

(4) There is a unique probability measure  $\mathbf{Q}_l^*$  with respect to which: (i) the Markov random function  $\left\{ \ln \bar{V}_t^l(S_t), \mathcal{F}_t^S \right\}_{t \in N_0}$  satisfies recurrent relation (17), (ii) the sequence  $(S_t, \mathcal{F}_t^S)_{t \in N_0}$  satisfying recurrent relation (1) is a homogeneous Markov chain. Moreover, for each  $t \in N_1$ , the random variable  $\rho_t$  takes two values:  $a_{i_t^*}(S_{t-1})$  or  $a_{j_t^*}(S_{t-1})$  with the conditional probabilities

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^*(\rho_t = a_{i_t^*}(S_{t-1}) | S_{t-1}) &= 1 - q_t^*(S_{t-1}) \\ (\mathbf{Q}^*(\rho_t = a_{j_t^*}(S_{t-1}) | S_{t-1}) &= q_t^*(S_{t-1})), \end{aligned} \quad (19)$$

where  $q_t^*(S_{t-1}) \triangleq q_t^*(x)|_{x=S_{t-1}}$  and  $q_t^*(x)$  is defined by (18), (iii) the measure  $\mathbf{Q}^*$  is a unique martingale measure, i.e., for each  $t \in N_1$ ,

$$\mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*}(\rho_t | \mathcal{F}_{t-1}^S) = 0. \quad (20)$$

PROOF OF THEOREM 17. (1) First, we note that for any  $t \in N_1$  and  $x \in \mathbb{R}^+$ , we have

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \sup_{i=1, \dots, l} 0 < q_i < 1, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\} \sum_{i=1}^l \bar{V}_t^l(x(1 + a_i)) e^{-\gamma x a_i} q_i = \\ & = \left\{ \begin{array}{l} \max_{i=1, \dots, l} 0 \leq q_i \leq 1, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\} \sum_{i=1}^l \bar{V}_t^l(x(1 + a_i)) e^{-\gamma x a_i} q_i. \end{aligned}$$

It is clear that

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{i=1, \dots, l} 0 \leq q_i \leq 1, \\ \sum_{i=1}^l q_i = 1 \end{array} \right\} \sum_{i=1}^l \bar{V}_t^l(x(1 + a_i)) e^{-\gamma x a_i} q_i = \quad (21)$$

$$= \max_{1 \leq i \leq l} \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) e^{-\gamma x a_i}.$$

Therefore, combining recurrent relation (4) with (21), we obtain

$$\bar{V}_{t-1}^l(x) = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \max_{1 \leq i \leq l} \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) e^{-\gamma x a_i}. \quad (22)$$

Since for any  $t \in N_1$  and  $x \in \mathbb{R}^+$ , the function  $\bar{V}_t^l(x) > 0$ , formula (22) implies that  $\ln \bar{V}_t^l(x)$  satisfies (14).

(2) By definition

$$\psi(t, x, \gamma) \triangleq \max_{1 \leq i \leq l} \left[ \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) - \gamma x a_i \right].$$

For any  $(t, x)$ , the function  $\psi(t, x, \gamma)$  is the upper envelope [5] of the set of functions  $\left\{ \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_i)) - \gamma x a_i \right\}_{i=1, \bar{l}}$  treated as functions of  $\gamma \in \mathbb{R}^1$ . It is easy to verify that for any  $(t, x)$ , the function  $\psi(t, x, \gamma)$  is a continuous, piecewise linear, convex, bounded from below function of  $\gamma \in \mathbb{R}^1$ . Moreover,

$$\psi(t, x, \gamma) \xrightarrow{|\gamma| \rightarrow \infty} \infty.$$

Therefore, there exists a borelean function  $\gamma^* : N_0 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^1$  denoted by  $\gamma_t^*(x)$  such that

$$\inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \psi(t, x, \gamma) = \psi(t, x, \gamma_t^*(x)).$$

Let us find the explicit formula for  $\gamma_t^*(x)$ . It follows from the properties of the function  $\psi(t, x, \gamma)$  and conditions  $(\rho)$  that for each  $(t, x)$ , there are  $i_t^*(x)$  and  $j_t^*(x)$  ranging in  $\Gamma$  and such that:

(a)  $a_{i_t^*(x)} < 0$  and

$$\psi(t, x, \gamma_t^*(x)) = \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{i_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{i_t^*(x)}, \quad (23)$$

(b)  $a_{j_t^*(x)} > 0$  and

$$\psi(t, x, \gamma_t^*(x)) = \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{j_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{j_t^*(x)}. \quad (24)$$

It is obvious that for each  $(t, x)$ , we have  $i_t^*(x) < j_t^*(x)$ . Formulas (23) and (24) yield that  $\gamma_t^*(x)$  satisfies the equality

$$\begin{aligned} \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{i_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{i_t^*(x)} &= \\ &= \ln \bar{V}_t^l(x(1+a_{j_t^*(x)})) - \gamma_t^*(x) x a_{j_t^*(x)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Solving (25) for  $\gamma_t^*(x)$ , we obtain (16).

(3) Applying (16), (24), and some elementary transformations to recurrent relation (14), we obtain (17) and (18).

(4) Formulas (17) and (18) imply that there exists a probability measure  $\mathbf{Q}^*$  such that: (i)  $\{S_t\}_{t \in N_0}$  is an inhomogeneous Markov chain, (ii) for any  $t \in N_1$ , the random variable  $\rho_t$  takes values  $a_{i_t^*(S_{t-1})}$  and  $a_{j_t^*(S_{t-1})}$  with the conditional probabilities  $\mathbf{Q}^*(\rho_t = a_{i_t^*(S_{t-1})} | S_{t-1}) = 1 - q_t^*(S_{t-1})$  and  $\mathbf{Q}^*(\rho_t = a_{j_t^*(S_{t-1})} | S_{t-1}) = q_t^*(S_{t-1})$ , respectively, where  $q_t^*(S_{t-1}) = q_t^*(x)|_{x=S_{t-1}}$  and  $q_t^*(x)$  is defined by (18). Hence, we have (20). Formula (20) implies that the measure  $\mathbf{Q}^*$  is a unique martingale measure. This completes the proof of the theorem.

5.5. In this subsection, we prove that the measure  $\mathbf{Q}^*$  constructed in Subsection 5.3 is the worst-case measure.

**Theorem 18** *Let the assumptions of Theorem 17 be satisfied. Then the probability measure  $\mathbf{Q}^*$  is the worst-case one.*

PROOF OF THEOREM 18. Assume the opposite, i.e., assume that  $\mathbf{Q}^*$  is not the worst-case measure. It follows from (13) that there is  $t \in N_0$  such that

$$\begin{aligned} 1 &= \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \sup_{\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_{N,l}^d} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}} \left[ \frac{\bar{V}_t^l}{\bar{V}_{t-1}^l} e^{-\gamma \Delta S_t} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] > \\ &> \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

We have already proved (see the second assertion of Theorem 17) that there is an  $\mathcal{F}_{t-1}$ -measurable random variable  $\gamma_t^* \triangleq \gamma_t^*(x)|_{x=S_{t-1}}$  such that

$$\begin{aligned} \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] &= \\ &= \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]. \end{aligned}$$

Inequality (26) and the last equality yield

$$0 > \ln \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]. \quad (27)$$

Applying Jensen's inequality to (27), we have

$$0 > \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]. \quad (28)$$

On the other hand, (20) imply the martingale property of the sequence  $\{S_t, \mathcal{F}_t\}_{t \in N_0}$  with respect to the measure  $\mathbf{Q}^*$ . Therefore, using (17) and (20), we obtain

$$0 = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \Delta \ln \bar{V}_t^l | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \quad (29)$$

Comparing (28) with (29) we obtain a contradiction. Thus,  $\mathbf{Q}^*$  is the worst-case measure. This completes the proof of the theorem.

5.6. In this subsection, we prove that the contingent claim admits an  $S$ -representation with respect to the measure  $\mathbf{Q}^*$ . The main result of this subsection is the following theorem.

**Theorem 19** *Suppose that the assumptions of Theorem 18 are satisfied. Then any bounded contingent claim  $\varphi(S_N)$  admits an  $S$ -representation with respect to the martingale measure  $\mathbf{Q}^*$ , i.e.,*

$$\varphi(S_N) = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} [\varphi(S_N) | \mathcal{F}_0] + \sum_{i=1}^N \gamma_i^*(S_{i-1}) S_{i-1} \rho_i, \quad (30)$$

where  $\gamma_i^*(S_{i-1})$  is defined by (16).

**PROOF OF THEOREM 19.** Note that it follows from Theorems 17 and 18 that we can rewrite recurrent relation (14) as

$$1 = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right]. \quad (31)$$

Let us prove that the random sequence  $\left\{ \ln \bar{V}_t^l, \mathcal{F}_t \right\}_{t \in N_0}$  satisfies the recurrent relation

$$\begin{cases} \Delta \ln \bar{V}_t^l = \gamma_t^* \Delta S_t, \\ \ln \bar{V}_t^l |_{t=0} = \ln \bar{V}_0^l, \quad \ln \bar{V}_t^l |_{t=N} = \varphi(S_N) \end{cases} \quad (32)$$

with respect to measure  $\mathbf{Q}^*$ .

Indeed, on the one hand, it follows from (31) and Jensen's inequality that for any  $t \in N_1$ ,

$$\begin{aligned} 0 &= \ln \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \exp \left\{ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t \right\} | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \geq \\ &\geq \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} \left[ \Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t | \mathcal{F}_{t-1}^S \right] \end{aligned} \quad (33)$$

On the other hand, in the proof of Theorem 18, equality (29) was shown to be true. It is clear that inequality (33) becomes the equality if and only if the



random variable  $\left(\Delta \ln \bar{V}_t^l - \gamma_t^* \Delta S_t\right)$  is  $\mathcal{F}_{t-1}^S$ -measurable. Therefore, we obtain recurrent relation (32). It is obvious that  $\ln \bar{V}_t^l|_{t=0} = \ln \bar{V}_0^l$  and  $\ln \bar{V}_t^l|_{t=N} = \varphi(S_N)$ . Since  $\mathbf{Q}^*$  is a martingale measure, (32) yields  $S$ -representation (30) and the equality

$$\ln \bar{V}_0^l = \mathbf{E}^{\mathbf{Q}^*} [\varphi(S_N) | \mathcal{F}_0]$$

with respect to  $\mathbf{Q}^*$ . This completes the proof of the theorem.

5.7. In this subsection, we construct the minimax hedging portfolio of an European option in a finite  $(1, S)$ -market.

**Theorem 20** *Let  $\varphi(S_N)$  be a bounded contingent claim. Suppose that the assumptions of Theorem 19 are satisfied. Then the finite incomplete  $(1, S)$ -market described by recurrent relation (1) is the worst-case complete market, i.e., there exists a measure  $\mathbf{Q}^*$  and a minimax hedging self-financing portfolio  $\pi^* = (\beta_t^*, \gamma_t^*)_{t \in N_0}$  such that:*

(1) *for any  $t \in N_1$ , the predictable sequence  $(\gamma_t^*)_{t \in N_0}$  is defined by (16), and  $\gamma_0^*$  can be chosen to be zero;*

(2) *the predictable sequence  $(\beta_t^*)_{t \in N_0}$  is defined by the recurrent relation*

$$\beta_t^* = \beta_{t-1}^* - S_{t-1} \Delta \gamma_t^*, \quad \beta_t^*|_{t=0} = \beta_0^*, \quad (34)$$

*and  $\beta_0^*$  can be chosen equal to  $\ln \bar{V}_0^l(S_0)$ ;*

(3) *the capital  $X_t^{\pi^*}$  of the portfolio  $\pi^*$  at any moment  $t \in N_0$  admits the representations*

$$X_t^{\pi^*} = \beta_t^* + \gamma_t^* S_t \quad (35)$$

$$X_t^{\pi^*} = X_0^{\pi^*} + \sum_{i=1}^t \gamma_i^* S_{i-1} \rho_i, \quad (36)$$

*where  $X_0^{\pi^*} = \ln \bar{V}_0^l(S_0)$ ;*

$$X_t^{\pi^*} = \ln \bar{V}_t^l(S_t),$$

*where  $\ln \bar{V}_t^l(S_t)$  satisfies recurrent relation (17) and  $X_N^{\pi^*} = \varphi(S_N)$ .*

**PROOF OF THEOREM 20.** Since the amount of the risky asset  $\gamma_t^*$  at any moment  $t \in N_1$  is defined by (16), we can use the self-financing condition (18) from [3] to obtain recurrent relation (34) for the amount of the riskless asset  $\beta_t^*$ . Therefore, the capital  $X_t^{\pi^*}$  of the portfolio  $\pi^* = (\beta_t^*, \gamma_t^*)_{t \in N_0}$  allows representation (35) for any  $t \in N_0$ . Formulas (35) and (18) from [3] imply that  $\Delta X_t^{\pi^*}$  admits the representation

Comparing (32) with (37), for any  $t \in N_1$ , we obtain

$$\Delta X_t^{\pi^*} = \Delta \ln \bar{V}_t^l. \quad (38)$$

Let us choose  $X_0^{\pi^*} = \ln \bar{V}_0^l$ . We use (38) to show that for any  $t \in N_0$ , it is true that  $X_t^{\pi^*} = \ln \bar{V}_t^l$ . Therefore,  $X_N^{\pi^*} = \ln \bar{V}_N^l = \varphi(S_N)$ . Thus, the  $(1, S)$ -market described by recurrent relation (1) is the worst-case complete one, and the portfolio  $\pi^*$  described by recurrent relations (16), (17) and (34) is the minimax hedging portfolio with respect to the measure  $\mathbf{Q}^*$ . This completes the proof of the theorem.

**Remark 11** (1) Condition  $(\rho_c)$  can be omitted. This will lead to more sophisticated formulas for the initial price of the option and for the portfolio components.

(2) Suppose that  $q^* = \mathbf{Q}^*(\rho_t = a) = \frac{b}{|a|+b}$ ,  $p^* = \mathbf{Q}^*(\rho_t = b) = \frac{|a|}{|a|+b}$ , where  $-1 < a < 0 < b < \infty$ , are unique. Following the same reasoning, it is easy to prove that such a binomial  $(1, S)$ -market is the worst-case one.

## §6. An example.

In this section, we consider an example of calculating the minimax hedging portfolio for a European option in a  $(1, S)$ -market under the assumption that the return of the risky asset is a sequence of independent and identically distributed random variables with respect to a basic measure  $\mathbf{P}$  such that their probability distribution has a compact support.

6.1. Let  $\{S_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_0}$  be an adapted random sequence of prices on a stochastic basis  $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \in N_0}, \mathbf{P})$ . Suppose that  $\{S_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_0}$  satisfies recurrent relation (1). Assume that the random sequence  $\{\rho_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_1}$  has the following properties with respect to the basic measure  $\mathbf{P}$ :

(i)  $\{\rho_t, \mathcal{F}_t^S\}_{t \in N_1}$  are independent and identically distributed random variables;

(ii)  $[a, b]$ , where  $-1 < a < 0 < b < \infty$ , is the support of the probability distribution of the random variable  $\rho_t$ .

In this case, for any  $t \in N_0$ , the random variable  $S_t > 0$   $\mathbf{P}$ -a.s. It follows from the above assumptions that the sequence  $\{S_t\}_{t \in N_0}$  is a homogeneous Markov sequence with respect to the measure  $\mathbf{P}$ .

Let  $\varphi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^1$  be a bounded borelean function denoted by  $\varphi(x)$ . Let  $\varphi(S_N) = \varphi(x)|_{x=S_N}$  be a contingent claim.

By  $\mathbb{M}[a, b]$  we denote the set of probability measures with support  $[a, b]$ . By definition  $\mathbb{M}^N[a, b] \triangleq \underbrace{\mathbb{M}[a, b] \times \cdots \times \mathbb{M}[a, b]}_N$ . It is well known (see [1])

that  $\mathbb{M}[a, b]$  and  $\mathbb{M}^N[a, b]$  are convex compact sets (in the topology of weak convergence  $\sigma(\mathbb{M}^N, (\mathbb{M}^N)^*)$ ).

Let  $\mathfrak{R}_N^c$  be a subset of  $\mathfrak{R}_N$  such that: (1) the random variables  $\{\rho_t\}_{t \geq 1}$  are independent and identically distributed with respect to any measure  $\mathbb{Q}_N \in \mathfrak{R}_N^c$ ; (2) any measure  $\mathbb{Q}_N \in \mathfrak{R}_N^c$  is absolutely continuous with respect to the Lebesgue measure.

Let us summarize some properties of the set  $\mathfrak{R}_N^c$ :

- (1)  $\mathfrak{R}_N^c \neq \emptyset$  and  $\mathfrak{R}_N^c \subset \mathbb{M}^N[a, b]$ ;
- (2)  $\mathfrak{R}_N^c$  is a convex weakly compact set;
- (3) the sequence defined by (1) is a homogeneous Markov sequence with respect to any measure  $\mathbb{Q}_N \in \mathfrak{R}_N^c$ .

It is easy to verify that the above-introduced  $(1, S)$ -market is incomplete.

6.2. In this subsection, we construct the minimax hedging portfolio of a European contingent claim with time horizon  $N$  in the above-described  $(1, S)$ -market.

Note that, in this case, all assumptions of Theorems 5, 11, 13–15 from [3] are satisfied. Therefore there exists: (1) the worst-case (martingale and discrete) probability measure  $\mathbb{Q}_N^*$  such that the considered  $(1, S)$ -market is the worst-case complete one with respect to  $\mathbb{Q}_N^*$ ; (2) the minimax hedging portfolio  $\pi^*$ . Therefore,  $\mathbb{Q}_N^* \in (\mathbb{M}^N[a, b] \setminus \mathfrak{R}_N^c) \cap \mathfrak{M}_N$  is a unique (in a sense of Remark 7 from [3]) martingale measure. Hence  $\mathbb{Q}_N^*$  is an extreme point of this set. Thus, using Choquet's theorem [4, ?], we can determine the form of the distribution of the random variable  $\rho_t$  (with respect to the measure  $\mathbb{Q}_N^*$ ) and construct the minimax hedging portfolio  $\pi^*$ .

6.3. In this subsection, we prove that  $\{a, b\}^N$  is the support of the measure  $\mathbb{Q}_N^*$ .

Since  $\mathbb{Q}_N^* \in (\mathbb{M}^N[a, b] \setminus \mathfrak{R}_N^c) \cap \mathfrak{M}_N$ , this is a product measure, i.e.,  $\mathbb{Q}_N^* = \underbrace{\mathbb{Q}_1^* \times \cdots \times \mathbb{Q}_1^*}_N$ , where  $\mathbb{Q}_1^* \in \mathbb{M}[a, b]$ . Since  $\mathbb{Q}_N^*$  is a martingale measure, we

have

$$E^{\mathbb{Q}_N^*} \rho_t = 0.$$

Therefore, zero is the barycenter [4] of the measure  $\mathbb{Q}_1^*$ . It is obvious that the measure  $\mathbb{Q}_1^*$  satisfies the assumptions of Choquet's theorem [4, ?]. Hence, the support of the measure  $\mathbb{Q}_1^*$  is a subset of the set of extreme points of  $[a, b]$ . Thus, we see that the random variable  $\rho_1$  takes the values  $a$  and  $b$  with respect to the measure  $\mathbb{Q}_1^*$  with probabilities  $q^* = \mathbb{Q}_1^*(\rho_1 = a)$  and  $p^* = 1 - q^*$ , respectively. Since zero is the barycenter of the measure  $\mathbb{Q}_1^*$ , we see that  $q^* = \frac{b}{b+a}$ . Thus, we have proved that  $\{a, b\}^N$  is a support of the measure  $\mathbb{Q}_N^*$ .

6.4. We denote

$$\bar{V}_t^c \triangleq \operatorname{ess\,inf}_{\gamma_{t+1}^N \in D_{t+1}^N} \operatorname{ess\,sup}_{\mathbf{Q}_N \in \mathfrak{R}_N^c} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}_N} \left[ \exp \left\{ \varphi(S_N) - \sum_{i=t+1}^N \gamma_i S_{i-1} \rho_i \right\} \middle| \mathcal{F}_t^S \right]. \quad (39)$$

Since  $\mathbf{Q}_N^*$  is the worst-case martingale probability measure, we can rewrite (39) as

$$\bar{V}_t^c \triangleq \inf_{\gamma_{t+1}^N \in D_{t+1}^N} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}_N^*} \left[ \exp \left\{ \varphi(S_N) - \sum_{i=t+1}^N \gamma_i S_{i-1} \rho_i \right\} \middle| \mathcal{F}_t^S \right].$$

Then Theorems 4 and 6 from [3] imply that  $(\bar{V}_t^c, \mathcal{F}_t^S)_{t \in N_0}$  satisfies the recurrent relation

$$\begin{cases} \bar{V}_t^c = \inf_{\gamma \in D_t} \mathbf{E}^{\mathbf{Q}_N^*} [\bar{V}_{t+1}^c e^{-\gamma S_t \rho_{t+1}} | \mathcal{F}_t^S] \\ \bar{V}_t^c |_{t=N} = e^{\varphi(S_N)}. \end{cases} \quad (40)$$

It follows from the results of Subsection 6.3 that for any  $t \in N_0$ , the set  $\{a, b\}$  is a support of the conditional probability distribution  $\mathbf{Q}_N^*(\cdot | \mathcal{F}_t^S)$ . Therefore, a reasoning similar to those we used in Subsections 5.2 and 5.3 proves that for any  $t \in N_0$ ,

- (1)  $D_t = \mathbb{R}^1$ ,
- (2) there exists a borelean function  $\bar{V}_t^c(x)$  such that
  - (a)  $\bar{V}_t^c = \bar{V}_t^c(x) |_{x=S_t}$ ,
  - (b)  $\bar{V}_t^c(x)$  satisfies the recurrent relation

$$\begin{cases} \bar{V}_{t-1}^c(x) = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} [\bar{V}_t^c(x(1+a)) e^{\gamma x |a|} q^* + \bar{V}_t^c(x(1+b)) e^{-\gamma x b} p^*] \\ \bar{V}_t^c(x) |_{t=N} = e^{\varphi(x)}. \end{cases} \quad (41)$$

Note that  $[\bar{V}_t^c(x(1+a)) e^{\gamma x |a|} q^* + \bar{V}_t^c(x(1+b)) e^{-\gamma x b} p^*]$  is a strictly convex function of  $\gamma \in \mathbb{R}^1$ . Therefore, there exists a unique function  $\gamma_t^*(x)$  defined on  $N_1 \times \mathbb{R}^+$  and ranging in  $\mathbb{R}^1$  such that

$$\begin{aligned} \inf_{\gamma \in \mathbb{R}^1} [\bar{V}_t^c(x(1+a)) e^{\gamma x |a|} q^* + \bar{V}_t^c(x(1+b)) e^{-\gamma x b} p^*] &= \\ &= \bar{V}_t^c(x(1+a)) e^{\gamma_t^*(x) x |a|} q^* + \bar{V}_t^c(x(1+b)) e^{-\gamma_t^*(x) x b} p^*. \end{aligned} \quad (42)$$

Formula (42) yields the equality

$$\gamma_t^*(x) = \frac{1}{x(b+|a|)} \ln \frac{\bar{V}_t^c(x(1+b))}{\bar{V}_t^c(x(1+a))}. \quad (43)$$

Combining (41) with (42) and (43) and applying elementary transformations to the result, we obtain

$$\begin{cases} \bar{V}_{t-1}^c(x) = (\bar{V}_t^c(x(1+a)))^{q^*} (\bar{V}_t^c(x(1+b)))^{p^*} \\ \bar{V}_t^c(x)|_{t=N} = e^{\varphi(x)}. \end{cases} \quad (44)$$

This yields the recurrent relation

$$\begin{cases} \ln \bar{V}_{t-1}^c(x) = q^* \ln \bar{V}_t^c(x(1+a)) + p^* \ln \bar{V}_t^c(x(1+b)) \\ \ln \bar{V}_t^c(x)|_{t=N} = \varphi(x). \end{cases} \quad (45)$$

It is easy to verify that the solution of recurrent relation (45) allows the representation

$$\ln \bar{V}_t^c(x) = \sum_{i=0}^{N-t} \varphi \left( x(1+a)^i (1+b)^{N-t-i} \right) C_{N-t}^i (q^*)^i (p^*)^{N-t-i}. \quad (46)$$

This coincides with the well-known formula (3) from [6] (see p. 744).

Formulas (43) and (46) give the explicit representation of the amount of the risky asset  $\gamma_t^* = \gamma_t^*(x)|_{x=S_{t-1}}$  at any moment  $t \in N_1$ .

Self-financing condition (18) from [3] implies that the amount of the riskless asset  $\beta_t^*$  at any moment  $t \in N_0$  satisfies the recurrent relation

$$\begin{cases} \beta_t^* = \beta_{t-1}^* - S_{t-1} \Delta \gamma_t^*, \\ \beta_t^*|_{t=0} = \beta_0^*. \end{cases}$$

Without loss of generality, we can assume that  $\beta_0^*$  is equal to  $\ln \bar{V}_0^c$  and  $\gamma_0^* = 0$ . Thus, we have just constructed the self-financing portfolio  $\pi^* = (\beta_t^*, \gamma_t^*)_{t \in N_0}$ . It follows from Theorem 15 of [3] that for any  $t \in N_0$ , the capital  $X_t^{\pi^*}$  of the portfolio  $\pi^* \in SF$  admits the representation

$$X_t^{\pi^*} = \ln \bar{V}_t^c,$$

where  $\ln \bar{V}_t^c = \ln \bar{V}_t^c(x)|_{x=S_t}$ . Moreover,

- (1)  $X_t^{\pi^*}|_{t=N} = \varphi(S_N)$ ,
- (2) the initial capital  $X_0^{\pi^*} = \ln \bar{V}_0^c$ ,
- (3)  $X_t^{\pi^*} = X_0^{\pi^*} + \sum_{i=1}^t \gamma_i^* S_{i-1} \rho_i$ .

Theorems 14–15 from [3] imply that the considered  $(1, S)$ -market is the worst-case complete market and  $\pi^*$  is the minimax hedging portfolio.

## References

1. Bertsekas D.P., Shreve S.E. Stochastic Optimal Control: The Discrete Time Case. Academic Press, Orlando, 1978.
2. Dynkin E.B., Evstigneev I.V. Regular conditional expectations of correspondences [in Russian], Teor. Veroyatnosty i Primeneniya, 1976, vol. 21, no. 2, pp. 334–347.
3. Zverev O., Khametov V., Shelemekh E. Mathematical model of European option pricing in incomplete market without transaction costs (discrete time). Part I
4. Meyer P.A. Probability and Potentials [in Russian]. Mir, Moscow, 1973.
5. Rockafellar R.T. Convex Analysis. Princeton University Press, Princeton, 1997.
6. Shiryaev A.N. Essentials of Stochastic Finance. Volume 2: Theory [in Russian]. Fazis, Moscow, 1998.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ  
ДЛЯ ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЦИОНА  
НА НЕПОЛНОМ РЫНКЕ БЕЗ ТРАНЗАКЦИОННЫХ  
ИЗДЕРЖЕК (ДИСКРЕТНОЕ ВРЕМЯ).  
ЧАСТЬ II.**

Зверев О.В.<sup>1</sup>, Хаметов В.М.<sup>2</sup>, Шелемех Е.А.<sup>1</sup>

*zv-oleg@yandex.ru, khametovvm@mail.ru, letis@mail.ru  
sbulgakov@hse.ru, vmkhametov@hse.ru*

<sup>1</sup>Центральный экономико-математический институт РАН

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Поступила 25.01.2020

Это вторая часть статьи. Здесь модель общего характера, построенная в первой части, использована для построения моделей ценообразования в частных случаях одномерного неполного конечного рынка с компактным носителем.

*Ключевые слова: европейский опцион, хеджирование, минимаксный портфель, неполный рынок, компактный рынок.*

## ВОЗМОЖНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЯ МЕТОДА КОНТАКТНОЙ ПРОФИЛОМЕТРИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРЕПАДА ВЫСОТ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И ТОЛЩИНЫ СЛОЕВ

Дедкова А.А., Киреев В.Ю., Махиборода М.А.

*dedkova@ckp-miet.ru, valerikireev@mail.ru, m.makhiboroda@gmail.com*

*Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»*

Поступила 12.07. 2020

В работе на конкретных примерах показаны возможности и ограничения метода контактной профилометрии при измерении рельефа микро и наноструктур, формируемых на подложках в процессе производства микроэлектронных приборов. Сформулированы требования к параметрам рельефа микроэлектронных структур, позволяющие использовать для их измерения и контроля контактные профилометры. Приведены способы формирования ступенек для измерения толщины пленок методом контактной профилометрии, проанализированы их преимущества и недостатки. Проведено сравнение метода контактной профилометрии с оптической профилометрией и атомно-силовой микроскопией.

*Ключевые слова: рельеф поверхности, перепад высот, контактная профилометрия, контактный профилометр, контроль толщины слоя, поверхность, определение высоты ступеньки*

УДК 53.083.98

DOI: 10.31145/2224-8412-2020-20--2-23-40

### **Введение**

В настоящее время важность достоверного измерения рельефа микро- и наноструктур, используемых в интегральных микросхемах (ИМС) и микроэлектромеханических системах (МЭМС), не вызывает сомнений. Путем использования различных контрольно-измерительных методик и приборов совместно с математическим моделированием можно измерить, математически описать и рассчитать рельеф или высоту соответствующей структуры,



определив их оптимальные параметры для получения требуемых характеристик конечного устройства [1].

При этом на этапе воплощения рассчитанной и смоделированной разработчиком структуры в реальное изделие необходимо тщательно контролировать все параметры топологического рельефа получаемой в технологическом процессе структуры, поскольку даже небольшое их отклонение от требуемых значений может привести к неработоспособности конечного прибора.

На всех изделиях проводится контроль высоты и/или профиля полученных элементов ИМС и МЭМС для оценки их соответствия требованиям технического задания. Определение перепада высот топологических элементов ИМС и МЭМС может быть связано с контролем значений и распределения по поверхности пластины толщины, формируемых функциональных слоев, а также уровня неравномерности изменения их толщины на операциях травления и планаризации.

Другим часто встречающимся случаем является определение толщины функциональных слоев [2] при отработке режима операций их нанесения. На измеряемых образцах (пластинах) с этой целью создаются специальные области без нанесенного слоя, и по перепаду высот оценивается толщина нанесенного слоя, а при определении перепадов высот в различных областях по пластине – равномерность операции нанесения.

Выбор метода измерения перепада высот и оборудования для его реализации оказывает большое влияние на результаты измерений и их стабильность. По этой причине разработчики ИМС и МЭМС должны иметь представление об основных возможностях и ограничениях наиболее широко используемого в производственных условиях метода контактной профилометрии.

### **Основные особенности метода контактной профилометрии**

Метод контактной профилометрии и первый прибор (контактный профилометр) для его реализации были изобретены в США в 1933 году (Аббот и Ф. Файерсон [3, 4]). Затем приборы стали выпускаться в Германии, Англии и Японии. В СССР на московском заводе «Калибр» производство профилографов-профилометров началось в 50-х годах 20-го века [5].

Профилографами называют приборы для записей неровностей поверхности, а профилометрами – приборы, позволяющие не только осуществлять запись, но и определять численные значения параметров рельефа [6].

Метод контактной профилометрии часто называют зондовым или «щуповым» методом, поскольку он основан на ощупывании поверхности исследуемого образца зондом (иглой, стилусом).

Профиль поверхности – это линия пересечения исследуемой поверхности с плоскостью, перпендикулярной этой поверхности (рис. 1).

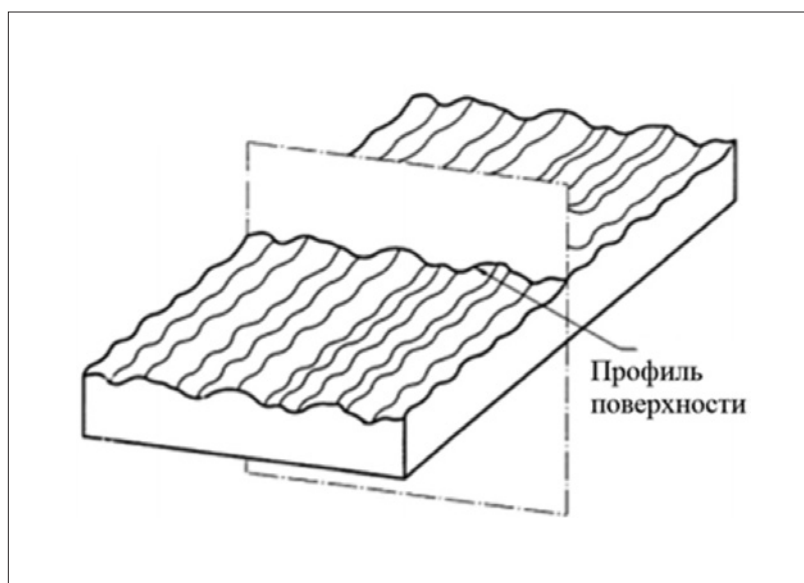


Рис. 1. Профиль поверхности [5]

Метод контактной профилометрии заключается в измерении профиля поверхности исследуемого образца контактно-механическим способом. Основным чувствительным элементом профилометра является зонд (игла, стилус) с острием конической формы. Измеряемая поверхность должна располагаться горизонтально, и на неё под некоторым давлением опускается зонд вплоть до механического соприкосновения острия с поверхностью.

Процесс измерения состоит в перемещении зонда в горизонтальном направлении. При этом зонд, постоянно находясь в контакте с измеряемой поверхностью и следуя за её рельефом, перемещается и в вертикальном направлении. Это перемещение фиксируется с помощью высокочувствительного датчика и записывается в память компьютера.

При анализе поверхности следует учитывать наличие на исходных поверхностях подложек (пластин) неровностей различного вида и уровня размеров: шероховатость, волнистость и др. (рис. 2).

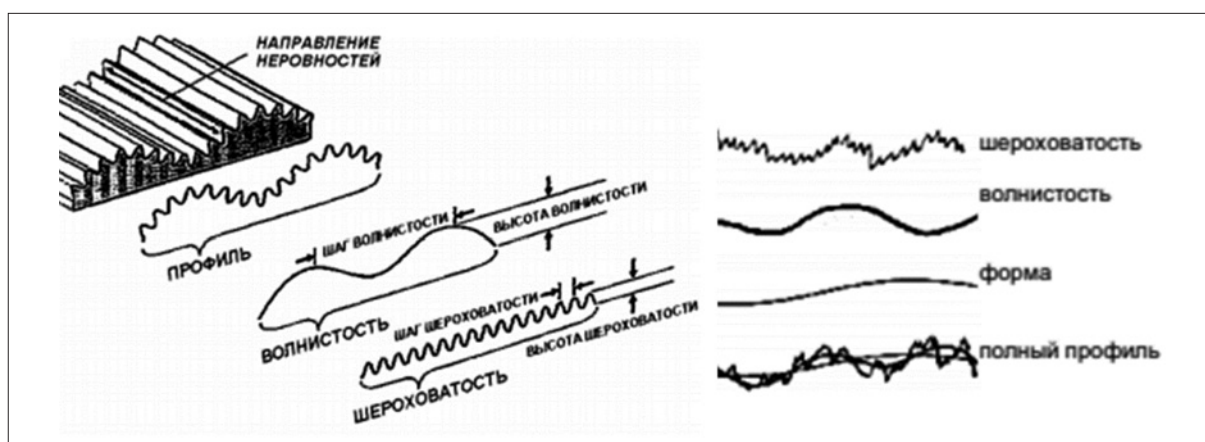


Рис. 2. Шероховатость и волнистость на профиле поверхности [5]

При анализе параметров поверхности обычно проводится серия измерений. В идеальном случае максимальное и минимальное значения искомой величины отбрасываются, а за измеренную величину перепада высот принимается среднее значение  $\langle H \rangle$  оставшихся измеренных значений  $H_i$ , рассчитываемое по формуле:

$$\langle H \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N H_i \quad (1)$$

где  $N$  – количество измерений в серии.

Поскольку зонд представляет собой остро заточенную иглу, приводимую в поступательное движение по определенной траектории относительно исследуемой поверхности, то точность и ограничения метода контактной профилометрии во многом определяются параметрами используемого зонда. В случае близко расположенных микронеровностей зонд профилометра, скользя по их вершинам, будет передавать только общий контур рельефа (рис. 3).

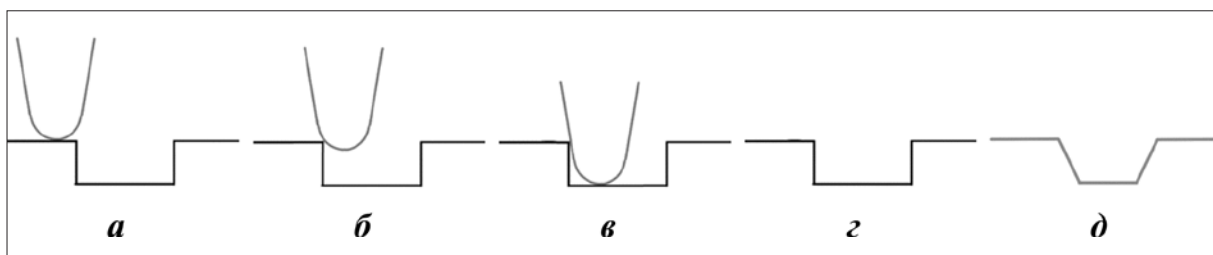


Рис. 3. Движение зонда по профилю (*а, б, в*) и сравнение реального профиля (*г*) с профилем, полученным в результате измерения контактным профилометром (*д*)

С точки зрения геометрии погружения острого зонда [7] в канавку на поверхности образца можно выделять два предельных варианта, представленных на рис. 4.

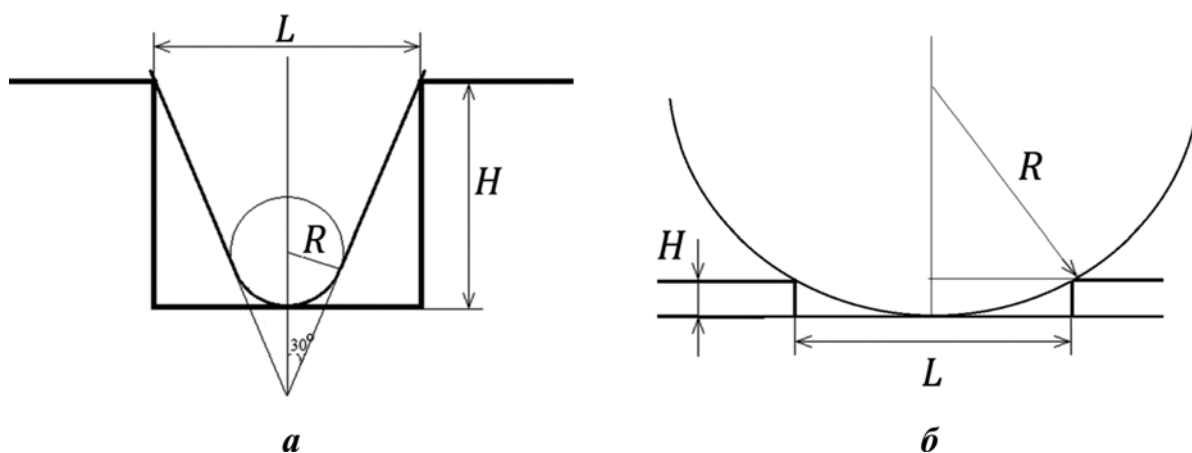


Рис. 4. Предельные случаи расположения зонда контактного профилометра при определении перепада высот: *а* – погружение острия зонда в канавку, *б* – погружение только кончика зонда в канавку

При погружении острия такого зонда в канавку (рис. 4, *a*) максимальная доступная для измерения глубина канавки составляет:

$$H = \frac{\sqrt{3}}{2}L - R, \quad (2)$$

где  $H$  – глубина канавки или перепад высот рельефа поверхности;  $R$  – радиус скругления зонда;  $L$  – ширина канавки (латеральный размер углубления).

Когда погружен только кончик острия зонда в канавку (рис. 4, *b*), максимальная доступная для измерения глубина канавки составляет:

$$H = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}, \quad (3)$$

В случае если контактным профилометром проводятся измерения перепада высот, превышающие значения  $H$ , на итоговом профиле будут представлены только данные, определенные с учетом данной геометрии зонда и исследуемой структуры. Эту особенность важно учитывать при контроле перепада высот, поскольку при исследовании структур с малой шириной канавки могут быть получены существенно заниженные значения перепада высот (глубины канавки).

Другой важный аспект, который следует учитывать при работе с контактным профилометром – это возможный диапазон проведения измерений, ограниченный возможностями перемещения зонда. При попытке проведения измерений в областях образца, перепад высот в которых превышает диапазон, указанный в технических характеристиках используемого профилометра, в этих областях данные с контактного профилометра будут зафиксированы некорректно.

Также в качестве отдельного недостатка метода можно выделить сложность, а в некоторых случаях и невозможность работы с мягкими пластичными материалами, в связи с возможностью повреждения (продавливания или царапания) их поверхности зондом при механическом воздействии.

Отдельно следует отметить необходимость проведения процедуры корректировки для выравнивания профиля поверхности измеряемого образца (изделия). Как ранее уже упоминалось, в подавляющем большинстве случаев присутствуют макроотклонения формы поверхности любого изделия от горизонтальной плоскости. Вне зависимости от марки используемого профилометра (в т.ч. это применимо и для оптических профилометров), необходимо проводить процедуру корректировки, и только после этого можно определять перепады высот (рис. 5).

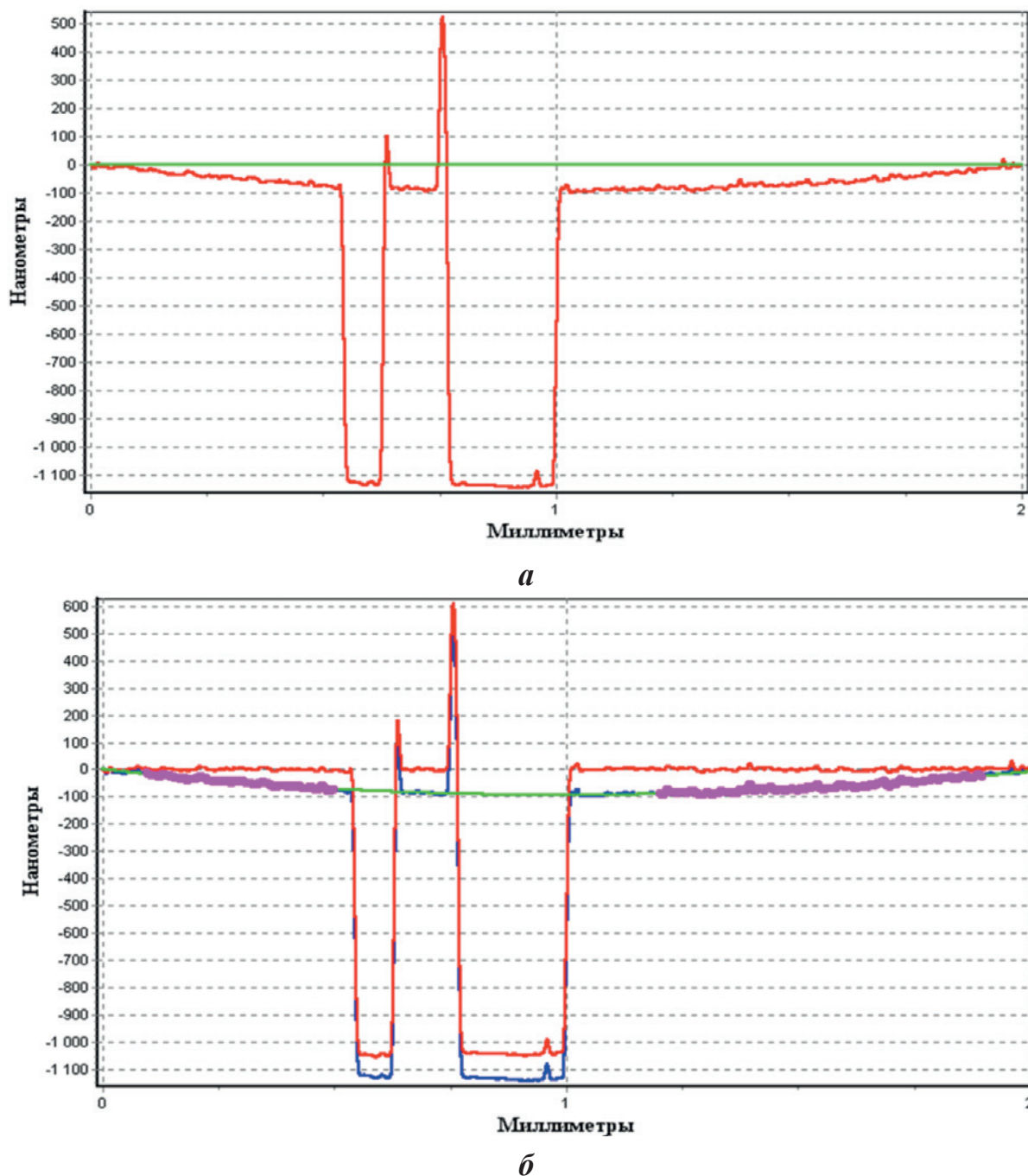


Рис. 5. Обработка данных с контактного профилометра Alpha-Step 200:  
*a* – исходный профиль поверхности образца; *б* – профиль поверхности этого образца с произведенным выравниванием. Здесь красным цветом во всех случаях показан основной анализируемый профиль, зеленым – аппроксимирующая кривая, построенная по областям для выравнивания (показаны розовым цветом), синим (*б*) – положение исходного профиля (*a*) для сравнения. Далее используется аналогичная цветовая разбивка

Здесь и далее для демонстрации особенностей профилей поверхности используются данные, полученные на контактных профилометрах Alpha-Step 200 и Alpha-Step D-120.

Для обеспечения высокой точности измерения рельефа объект должен иметь область поверхности с четкой границей перепада высот. Однако,

в реальных производственных условиях достаточно часто имеют место случаи, в которых сложно определить расположение границы: раздела пленка/подложка, канавки или выступа на поверхности пленки; либо эта граница может быть нечеткой или размытой. Также объект измерений может отличаться существенной шероховатостью или волнистостью поверхности, соизмеримой со значением определяемого перепада высот. Во всех перечисленных случаях реально достижимая точность произведенного измерения зависит от особенности конкретной задачи.

Важно учитывать ограничения метода и конкретного оборудования при анализе профилей поверхности.

### **Способы создания перепада высот на поверхности пластин**

В данном разделе описаны способы создания перепада высот с целью измерения толщины функциональных слоев и глубины рельефа, их достоинства и недостатки.

Существуют следующие способы создания на поверхности пластин (подложек) областей без наносимого функционального слоя и последующие процедуры обработки этих областей с целью формирования границы раздела функционального слоя и последующего определения перепада высот:

- нанесение специального покрытия (термопасты);
- использование закрывающих часть пластины элементов малой формы;
- удаление части материала функционального слоя (в т.ч. механическое);
- другие.

Наиболее оперативный и поэтому наиболее популярный способ связан с нанесением на пластину в одной или нескольких областях до осаждения функционального слоя специального покрытия (чаще всего термолака или термопасты). После осаждения функционального слоя на пластину это покрытие с нанесенным на него функциональным слоем легко снимается механически, обнажая области пластины (подложки). Таким образом, на пластине формируются области без функционального слоя, и создается перепад высот на их границах.

Обычно этот способ формирует достаточно резкий перепад высот функционального слоя, как показано на рис. 6.

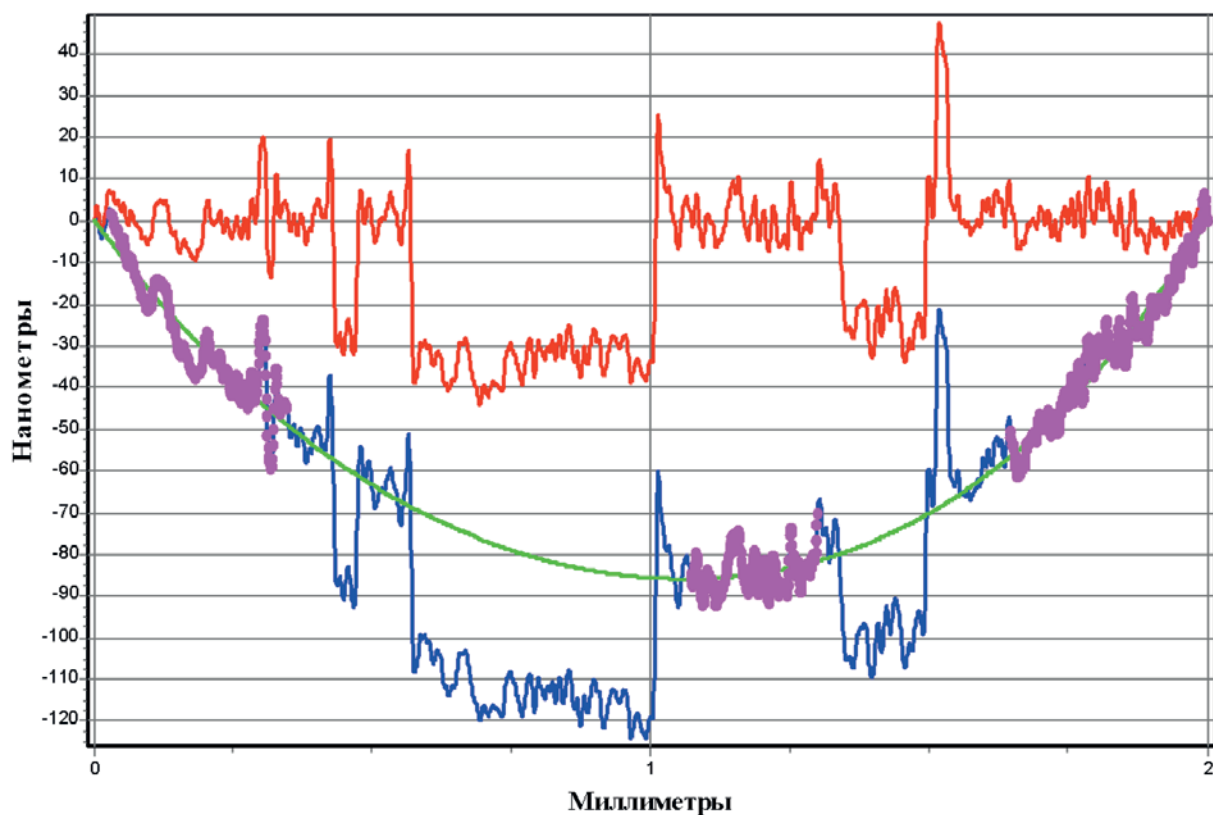


Рис. 6. Перепад высот порядка 30 нм между поверхностями функционального слоя тантала (Ta) и кремниевой (Si) подложкой, полученный при использовании термопасты для отрыва областей функционального слоя (цветовое обозначение линий как на рис. 5)

Однако у способа на основе применения термопасты имеются существенные недостатки.

1. Влияние термопасты на функциональный слой, что может привести к неверному определению значения перепада высот  $a$ , следовательно, и неверному определению толщины функционального слоя.

Например, не стоит применять способ измерения толщины функционального слоя с использованием термопасты, когда она наносится на осажденный функциональный слой, и проводится травление функционального слоя через термопасту, как через маску, с последующим механическим удалением термопасты. В этом случае присутствие термопасты может оказать влияние на близлежащую область функционального слоя, в которой происходит неполное травление функционального слоя из-за его загрязнения продуктами травления пасты. Происходит размытие границы функционального слоя.

Другим примером является возможное частичное отслаивание функционального слоя на границе с термопастой, в результате чего присутствует воздушная прослойка между этим слоем и подложкой. Это может

привести к завышенным значениям определенного перепада высот (толщины функционального слоя).

2. Загрязнения, являющиеся следствием механического стирания подвергнутой жидкостному химическому, газовому, ионному или плазмохимическому травлению термопасты, которые существенно снижают точность определения перепада высот и уменьшают размер областей сканирования, в которых возможно проведение измерений. Кроме того налипающие на зонд частицы загрязнения не способствуют эффективной работе контактного профилометра и вынуждают операторов проводить очистку зонда.

Стоит отметить, что в случае использования для измерения перепада высот атомно-силовых микроскопов (АСМ) с тонкими зондами, расположенными на кантилеверах, процедура оперативной очистки таких зондов невозможна. Поэтому приходится менять целиком кантилеверы, переводя достаточно быстро дорогостоящий расходный материал.

Другим часто применяемым способом получения на пластине (подложке) двух областей: одной с нанесенным функциональным слоем и второй без него – является использование специальных закрывающих часть пластины элементов малой формы. Обычно этими элементами являются фрагменты кремниевых пластин или тонкие металлические пластинки. На такую исследуемую подложку с закрытыми в части мест областями наносится функциональный слой; затем закрывающие фрагменты убираются, и под ними остаются области подложки без нанесенного слоя.

Данный способ в целом аналогичен вышеописанному способу с применением термопасты с соответствующими недостатками, при этом он также имеет ряд собственных ограничений. Основным из них является наличие областей подпыляемого слоя («подпыла») на закрываемых областях подложки, вызванного неплотным прижатием закрывающих элементов к поверхности подложки.

Это приводит к формированию нечеткой (растянутой) границы, формируемой ступеньки, что усложняет процедуру измерения и снижает точность измерений. Необходимо обеспечивать достаточно большую область сканирования для того, чтобы скан профиля содержал все три области: область подложки, область «подпыла» и область основного слоя. При этом часто встречающееся отсутствие четкой границы между областями затрудняет интерпретацию профиля (рис. 7).



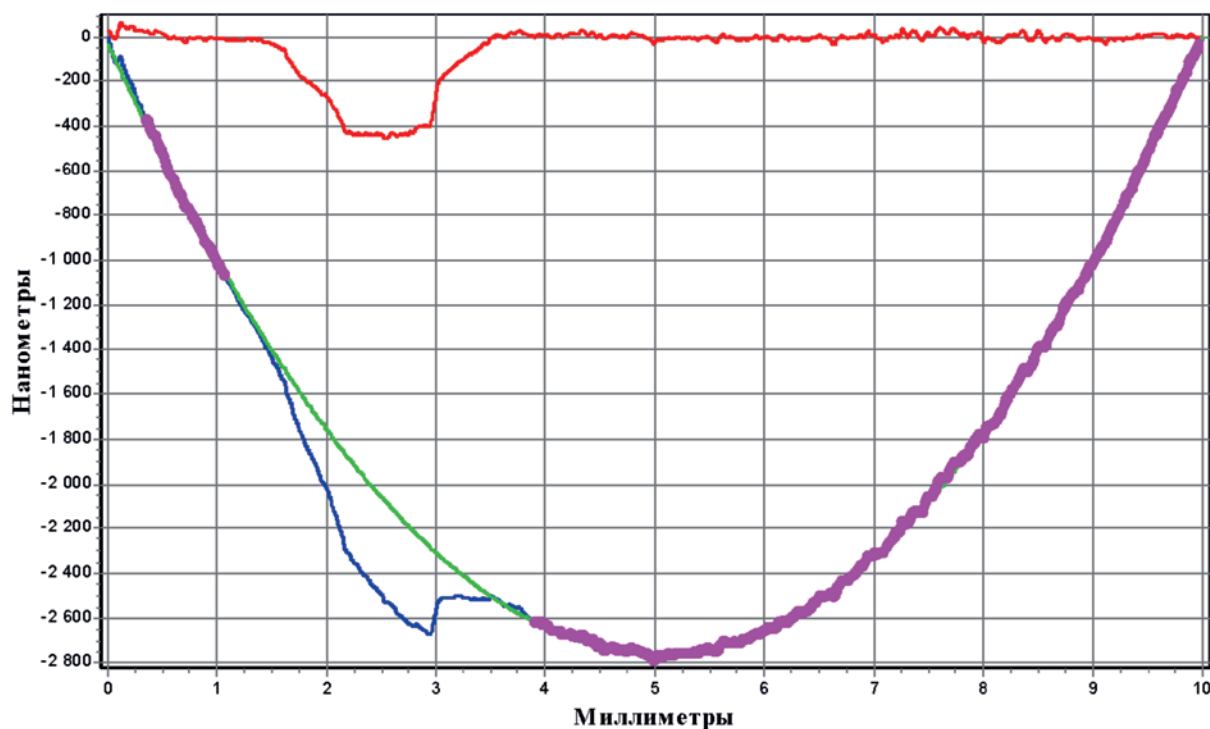


Рис. 7. Вид профиля поверхности для структур с явно вырожденной областью «подпыла»: наблюдается растянутость боковых стенок профиля (цветовое обозначение линий как на рис. 5)

В ряде установок нанесения функциональных слоев система крепления подложки (пластины) к подложкодержателю не позволяет закреплять фрагменты кремниевой пластины или тонкие металлические пластинки на поверхности подложки. В этом случае в качестве закрывающих области подложки элементов могут использоваться куски термоскотча, которые приклеиваются к поверхности подложки. Однако при отделении кусков термоскотча от поверхности подложки после нанесения на нее функционального слоя на поверхности подложки практически всегда остаются загрязнения, которые оказывают негативное влияние на попытку определения перепада высот в этих областях.

Отличными от вышеуказанных способов получения перепада высот являются способы удаления части материала функционального слоя на подложках с уже нанесенными слоями. В производственной практике также применяется несколько способов такого удаления.

При нанесении функциональных слоев из относительно мягких материалов на твердые подложки для получения «ступеньки» достаточно простого сцарапывания слоя в требуемых областях подложки инструментом из материала тверже материала функционального слоя, но мягче материала подложки. В этом случае может получиться достаточно четкая «ступенька», хорошо визуализирующаяся и удобная для измерения перепада высот, соответствующего толщине функционального слоя.

Формирование «ступенек» в функциональных слоях способом царапания обладает рядом недостатков:

– применимость не ко всем сочетаниям материалов функциональный слой – подложка (материал функционального слоя должен быть значительно мягче материала подложки, в противном случае при царапанье будет поцарапана подложка, и перепад высот будет больше толщины функционального слоя);

– относительно твердый функциональный слой может быть процарапан не до конца, и тогда значение определенного перепада высот будет занижено относительно реальной толщины слоя;

– удаленный царапаньем материал функционального слоя в подавляющем большинстве случаев остается на границе между слоем и подложкой, что приводит к существенному количеству загрязнений и всеми вытекающими из этого факта и описанными выше сложностями измерения высоты (глубины) ступеньки контактным профилометром.

Поэтому в случае, если необходимо создавать перепад высот между областями с нанесенным функциональным слоем путем травления (удаления) последнего, то необходимо, несмотря на сложность и длительность реализации, использовать процесс фото– или электронолитографии. На практике литографические процессы используются для отработки режимов нанесения функциональных слоев только для особо важных и дорогих структур и изделий.

В целом методики создания перепада высот не ограничиваются вышеописанными случаями. Например, стоит отметить необходимость определения перепада высот в кратерах травления материалов, сфокусированными ионными пучками, что имеет ряд важных особенностей [2].

При многих аналитических методах качественного и количественного исследования распределения элементного состава материала по глубине или по толщине его пленки, таких как вторично-ионная масс-спектрометрия или оже-спектроскопия, производится распыление (травление) приповерхностного слоя сфокусированными ионными пучками. Далее проводится последующий численный пересчет профиля распределения состава для структуры в зависимости от глубины кратера (углубления), образованного в результате ионного травления.

Для правильного анализа распределения необходимо очень точно знать глубину кратера травления, что во многих случаях является непростой задачей, поскольку данный кратер не обладает четкими границами. Также глубина кратера часто мала (может быть порядка 5 нм и менее), что может стать осложнением для её определения методом контактной профилометрии. При этом использование для анализа глубины кратера травления оптических методик также может привести к некорректным результатам, вызванным различиями в оптических характеристиках материалов протравленных структур, расположенных на различной глубине.

Указанные методы исследования наиболее часто применяются в производстве ИМС и МЭМС и, следовательно, их особенности должны быть известны разработчикам изделий.

Отдельно следует отметить, что исследуемые пластины практически всег-

да обладают кривизной и волнистостью поверхности, значения которых могут оказать влияние на определение перепада высот. Поэтому для достаточно точного определения перепада высот необходимо иметь две границы (две «ступеньки») чтобы учесть форму поверхности и оценивать исключительно перепад высот функционального слоя (рис. 8).

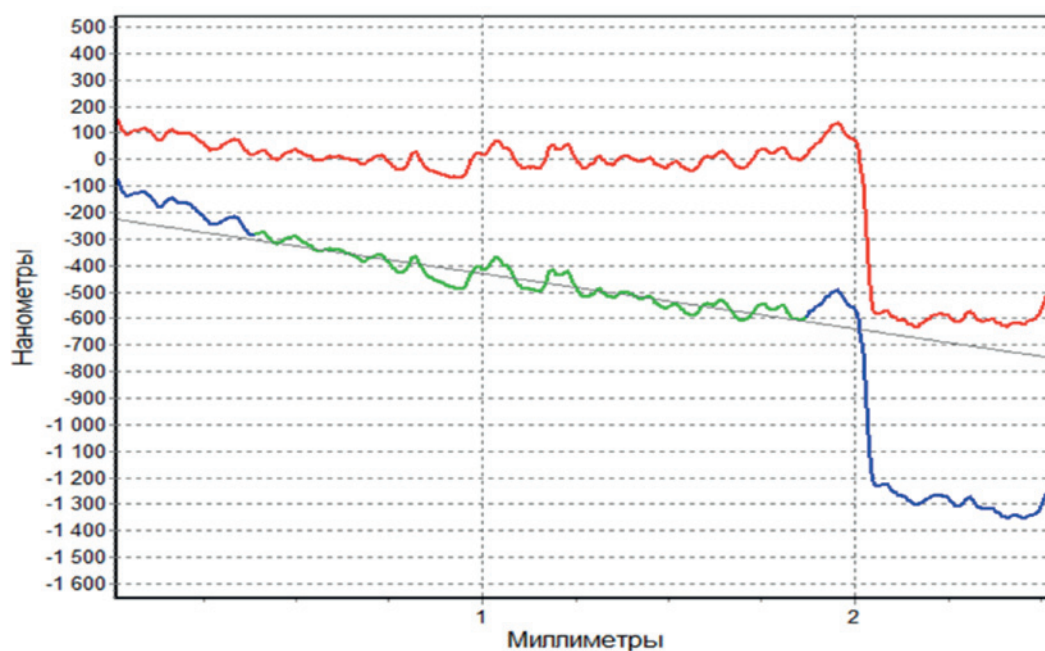
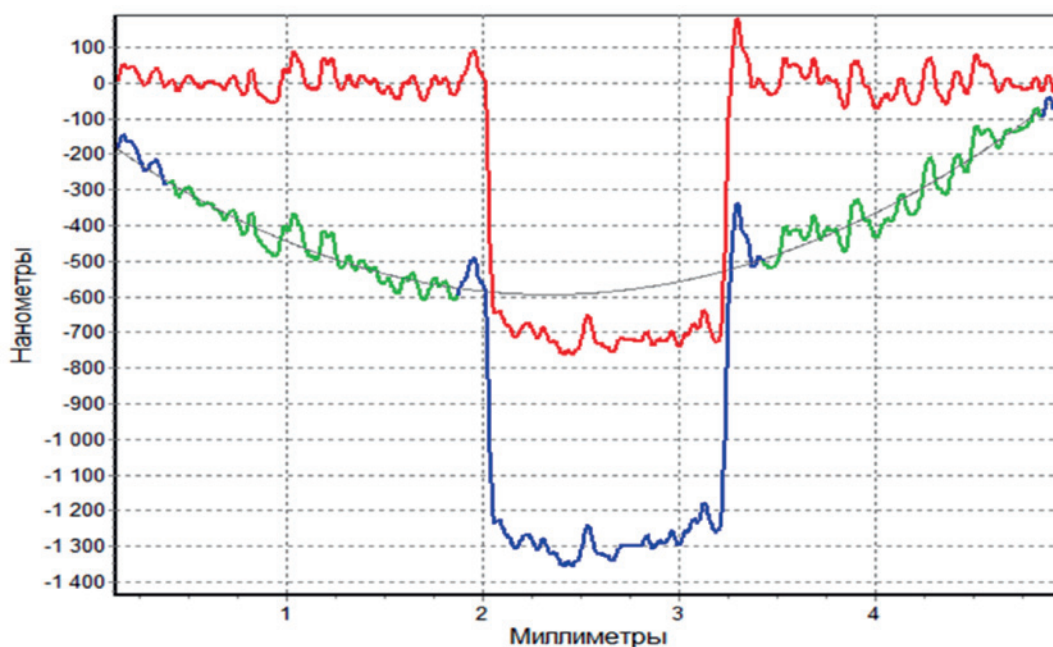
*а**б*

Рис. 8. Два способа обработки одного профиля сканирования зондом области с отсутствием пленки: *а* – изображения профиля при его выравнивании только по левому краю области (аналог снятия данных только с одной стороны «ступеньки»); *б* – изображения профиля при его выравнивании по обоим краям области (наблюдается различие в определяемом двумя способами значения перепада высот). Цветовое обозначение линий как на рис. 5

## **Сравнение метода контактной профилометрии с другими методами**

В целом методы и приборы, которое принято использовать для определения перепада высот на структурах в производстве ИМС и МЭМС, можно разделить по принципам работы:

- контактная профилометрия (подробно описана выше);
- атомно-силовая микроскопия (АСМ);
- оптические методики определения перепада высот, в том числе оптическая профилометрия;
- другие методы.

Контактная профилометрия имеет свою устоявшуюся область применения в микроэлектронном производстве. Она позволяет контролировать структуры и изделия, которые удовлетворяют следующим условиям:

- перепад высот более 5 нм для идеально плоской и гладкой поверхности подложек и обычно более (10 – 20) нм для реальных поверхностей подложек;
- перепад высот структур должен иметь достаточно резкую границу раздела;
- структура должна иметь подходящие размеры для работы на используемом приборе.

В условиях производства простой контактный профилометр позволяет достаточно быстро (менее минуты непосредственно на одно измерение) определить перепад высот, без применения специального программного обеспечения и сложной настройки на образце, что отличает метод контактной профилометрии от остальных перечисленных выше методов.

Исследования структур методом АСМ занимает гораздо больше времени, чем анализ контактными или оптическими профилометрами. В настоящее время анализ образцов на АСМ чаще является скорее научно-исследовательской работой, чем межоперационным контролем или методом определения толщины при отработке режимов технологических операций. Однако, в некоторых случаях он незаменим. Так в случае малых перепадов высот при использовании контактной профилометрии часто не удается четко выделить границу слоя и определить перепад высот, особенно в случае высокой степени шероховатости и наличия загрязнений на поверхности образца.

При этом в части других случаев использование АСМ может привести к ошибкам измерения. Выбор области и длины исследуемого образца определяется инженером-метрологом в зависимости от конкретной ситуации, опыта работы и возможностей используемого оборудования.

В случае контактной профилометрии длина сканирования обычно лежит в диапазоне (400 – 2000) мкм, в случае атомной силовой микроскопии – редко превышает 100 мкм. При размытой границе раздела между областями

поверхности образца, покрытыми функциональным слоем и без него наблюдаемый перепад высот часто бывает меньше (рис. 9, *а*) или наоборот больше (рис. 9, *б*) его истинных значений, что приводит к неизбежным ошибкам при определении перепада высот в случае выбора слишком малой длины сканирования.

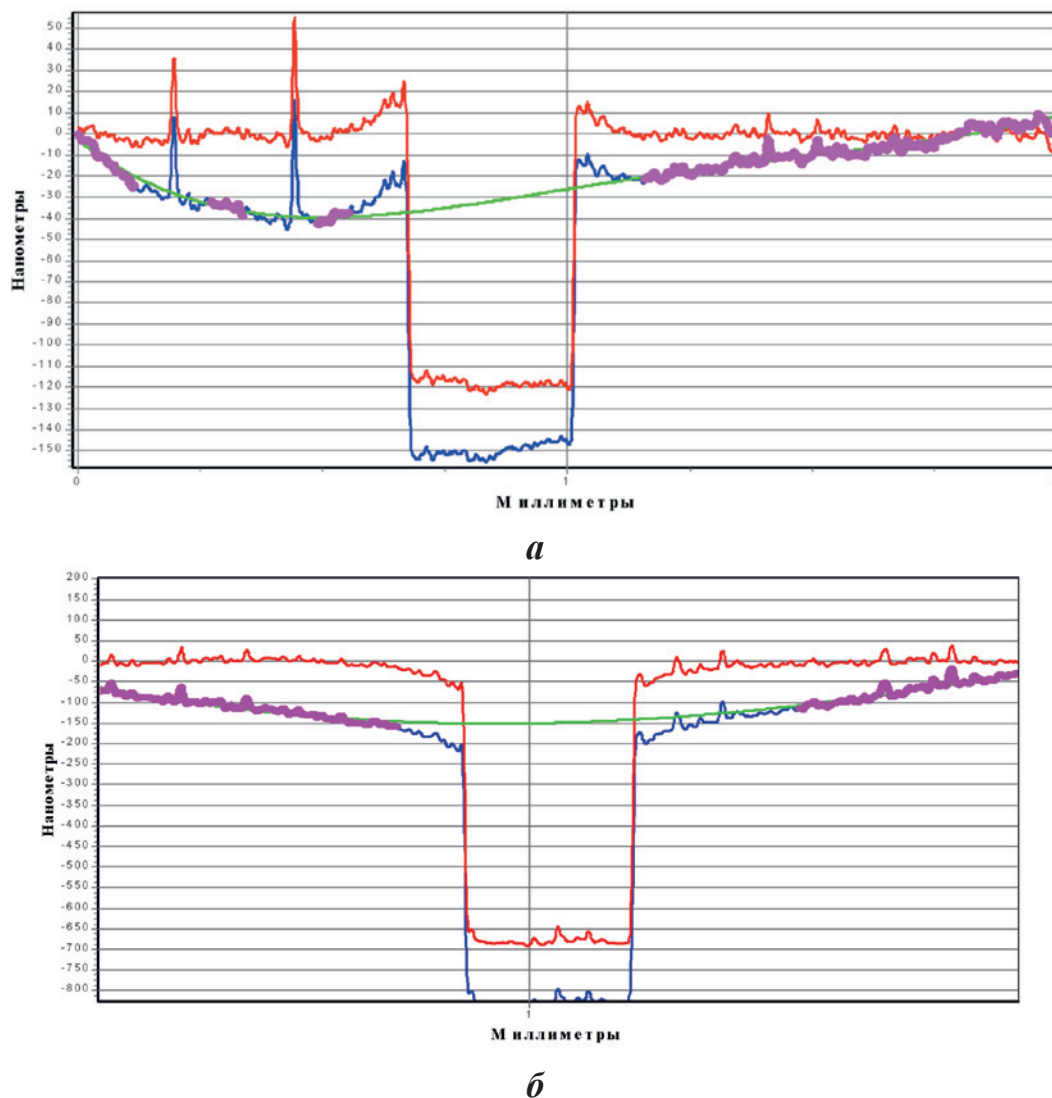


Рис. 9. Типичные профили поверхности образцов:

*а* – случай, при котором при выборе малой длины сканирования наблюдаемый перепад высот больше на 20 нм (при истинном перепаде высот в 120 нм);

*б* – случай, при котором при малой длине сканирования наблюдаемый перепад высот меньше на 50 нм (при истинном перепаде высот порядка 680 нм). Цветовое обозначение линий как на рис. 5

Метод оптической профилометрии для определения перепада высот имеет свои преимущества, в том числе бесконтактность (что позволяет анализировать мягкие пластичные материалы) и возможность определять перепады высот менее 5 нм с высокой точностью. Но его использование также имеет ряд ограничений. Основной недостаток метода оптической профилометрии

связан с ошибками, возникающими при анализе перепада высот на структурах с различными оптическими характеристиками. [8-10].

Следует отметить, в последних выпускаемых моделях современного комбинированного аналитического оборудования, использующего оптические методики получения информации об исследуемых объектах, например [11], данная проблема решена.

Однако далеко не каждая организация может позволить себе приобрести новое дорогостоящее оборудование в дополнении к уже имеющемуся подобного типа. Поэтому необходимо для решения возникающих производственных задач обходиться имеющимися в наличии контрольно-измерительными приборами на основе метода оптической профилометрии. Одним из методов решения этой проблемы является покрытие исследуемой рельефной поверхности непрозрачным металлическим слоем определенной толщины [12].

Отдельно стоит отметить, что использование атомно-силовых микроскопов и оптических профилометров, в отличие от большинства простых контактных профилометров, позволяет строить 3D карты поверхности, а не один профиль (линию). Это дает возможность при анализе выбрать наиболее подходящее направление, а также определить форму углубления и наибольшее значение глубины. В типичном случае использования простого контактного профилометра максимальный перепад высот будет определен исходя из того, какая область попадет в зону анализа – на линию сканирования, и это может быть далеко не самая глубокая область.

В ряде случаев необходимо получение полной карты рельефа образца, например для оценки распределения и изменения его характеристик по поверхности пластины или ее области. Поэтому современные сложные контактные профилометры включают модули, позволяющие объединять данные с различных областей анализа (сканирования), что дает возможность осуществлять «сшивку» серии профилей в единое 3D-изображение и работать с ним.

При этом инженер-метролог может программно на управляющем компьютере выбирать направление сканирования, шаг между отдельными профилями поверхности и момент завершения. Затем автоматически производится запись отдельного профиля поверхности (рис. 10, *а*), возвращение зонда в начальное положение, его смещение на выбранный шаг и запись следующего профиля поверхности и так далее. В заключение компьютерная программа преобразует все снятые профили в цельное 3D-изображение (рис. 10, *б*).

Полученный результат весьма информативен (рис. 10, *б*) и позволяет оценить особенности рельефа поверхности. Однако такой метод получения данных достаточно трудоемок и длителен, поэтому редко применяется в условиях производства.

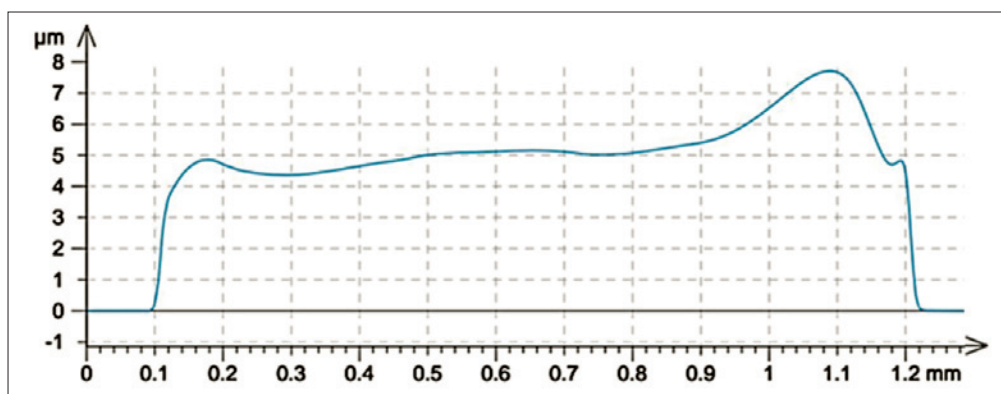
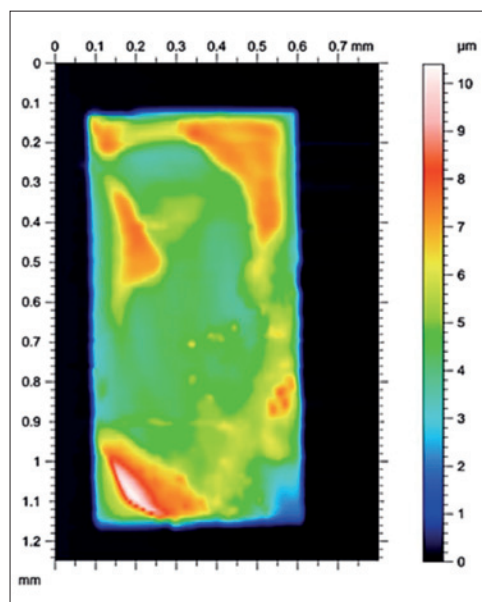
*a**б*

Рис. 10. Одиночный профиль поверхности, полученный на контактном профилометре Alpha-Step D-120 (*a*); карта перепада высот, полученная объединением профилей поверхности (*б*).

### Заключение

В работе на конкретных примерах показаны возможности и ограничения метода контактной профилометрии при измерении рельефа микро- и наноструктур, формируемых на подложках в процессе производства ИМС и МЭМС. Данный метод эффективен при определении перепада высот более 5-10 нм, при условии, что размеры исследуемой структуры соответствуют возможностям используемого прибора, определяемыми в первую очередь геометрией и длиной хода зонда. Описаны основные используемые способы формирования ступенек для измерения толщины пленок методом контактной профилометрии: нанесение специального покрытия (термопасты), использование закрывающих часть пластины элементов малой формы, удаление части материала функционального слоя; проанализированы их преимущества и недостатки. Проведено сравнение метода контактной профилометрии с оптическими методами и атомно-силовой микроскопией.

## Поддержка

Исследования выполнены с использованием оборудования ЦКП «МСТ и ЭКБ» НИУ МИЭТ, поддержанного Минобрнауки РФ, в рамках выполнения работ по Соглашению № 075-03-2020-216 от 27.12.2019 (тема FSMR-2020-0017, мнемокод 0719-2020-0017).

## Литература:

1. Дедкова А.А., Дюжев Н.А., Гусев Е.Э., Махиборода М.А., Патюков Н.Н. Измерение механических напряжений в фрагменте пленки нитрида кремния // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование, 2017, 17 (1), С. 51-64.
2. Дедкова А.А., Киреев В.Ю., Мысловец А.С., Розель П.А., Трифонов А.Ю. Исследование возможности получения структур с нанометровыми толщинами слоев и резкими границами раздела между ними с помощью процессов ионно-лучевого и реактивного ионно-лучевого осаждения // Российские нанотехнологии, 2019, 14 (5-6), С. 50-55, DOI: 10.21517/1992-7223-2019-5-6-50-55.
3. Abbot E.J., Bousky S., Williamson D.E. The Profilometer // Mechanical Engineering, 1938, 60, P. 205-216.
4. Abbot E.J., Firestone F.A. Specifying surface quality: a method based on accurate measurement and comparison // Mechanical Engineering, 1933, 65, P.569-572.
5. Табенкин А.Н., Тарасов С.Б., Степанов С.Н. Шероховатость, волнистость, профиль. Международный опыт // Под ред. канд. техн. наук Н.А. Табачниковой. СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2007, 136 с.
6. Мальков О.В., Литвиненко А.В. Измерение параметров шероховатости поверхности детали // Электронное учебное пособие, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, URL: [http://mt2.bmstu.ru/books/ish/Roughness\\_measurement.pdf](http://mt2.bmstu.ru/books/ish/Roughness_measurement.pdf).
7. Alpha-Step 200. Tencor Instruments. User's manual.
8. Трушников Е.О. Исследование степени достоверности бесконтактной профилометрии на прозрачных кристаллах после их травления // Пермский государственный национальный исследовательский университет, С. 32-36.
9. Dubois A. Effects of phase change on reflection in phase-measuring interference microscopy // Applied Optics., 2004, 43 (7), P. 1503-1507.
10. Азарова В.В., Чертович И.В., Цветкова Т.В. Особенности применения интерферометра белого света для контроля качества прецизионных поверхностей и лазерных зеркал // Труды XI Медвузовской научной школы молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине», 2009, С. 1-6.
11. URL: <https://www.intertech-corp.ru/aboutproduct.asp?gr=21&subgr=71&prid=397>.
12. Патент RU 2718404 С1.



# **POSSIBILITIES AND LIMITATIONS OF THE CONTACT PROFILOMETRY METHOD FOR DETERMINING THE HEIGHT DIFFERENCE FOR MONITORING TOPOLOGICAL ELEMENTS AND LAYER THICKNESS**

Dedkova A.A., Kireev V. Yu., Makhaboroda M.A.

*dedkova@ckp-miet.ru, valerikireev@mail.ru, m.makhaboroda@gmail.com*  
*National Research University of Electronic Technology, Moscow*

Received 12.07. 2020

The work shows specific examples of the possibilities and limitations of the contact profilometry method for measuring the relief of micro and nanostructures formed on substrates during the production of microelectronic devices. The requirements to the relief parameters of microelectronic structures are formulated, which make it possible to use contact profilometers for their measurement and control. Methods of forming steps for measuring the thickness of films by contact profilometry are described, and their advantages and disadvantages are analyzed. The method of contact profilometry with optical profilometry and atomic force microscopy is compared.

*Keywords: surface relief, height difference, contact profilometry, contact profilometer, layer thickness control, surface, step height measurement*

## ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИИ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО И КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Дедкова А.А., Махиборода М.А.

*dedkova@skp-miet.ru*

*Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»*

Поступила 15.09.2020

Продемонстрированы возможности оптической микроскопии как для предварительного, так и для комплексного анализа структур, используемых преимущественно в микроэлектронике и микромеханике. Даны конкретные примеры применения оптической микроскопии для качественного и количественного анализа, отработки технологических процессов, контроля дефектов, анализа рельефа поверхности, определения параметров структур. Измерения поверхности выполнены в отражённом и проходящем свете, с использованием режимов светлого и темного поля.

*Ключевые слова: микроскоп, оптическая микроскопия, измерения, отражённый свет, светлое поле, темное поле, проходящий свет, рельеф поверхности, перепад высот, микроэлектроника, микромеханика, поверхность, шероховатость, технология, мембрана, дефект*

УДК 53.086

DOI: 10.31145/2224-8412-2020-20--2-41-64

### **Введение**

Методы оптической микроскопии существуют уже более четырех столетий. Благодаря постоянному совершенствованию оптических систем и способов обработки получаемых изображений оптическая микроскопия по-прежнему остаётся в числе эффективных методов анализа поверхности.

В условиях микроэлектронного производства важно сокращать время и стоимость межоперационного контроля. С другой стороны, при анализе

сложных отказов или отклонений технологических параметров от требуемых значений необходим комплексный подход, при котором используется несколько различных методов исследований и способов обработки экспериментальных данных, дополняющих друг друга.

На первый взгляд использование методов оптической микроскопии для контроля структур является тривиальной задачей. В настоящее время в распоряжении исследователей имеется множество методов анализа поверхности, часто непростых с точки зрения интерпретации результатов измерений. Нередко эти методы реализованы на сложном и дорогостоящем оборудовании, требующем пристального внимания опытного оператора (инженера). По этим причинам возможностям оптической микроскопии не всегда уделяется должное внимание.

Наш опыт показывает, что оптическая микроскопия является эффективным подспорьем при работе с любым высокотехнологическим оборудованием, а также действенным средством повышения производительности и снижения стоимости межоперационного контроля. Авторы убеждены, что во многих случаях целесообразно использовать оптическую микроскопию для предварительного контроля структур, даже если не ставится такая задача. Быстрый качественный анализ образцов посредством оптического микроскопа позволяет получить информацию об их особенностях, которую можно использовать впоследствии при анализе образцов каким-либо другим методом.

Целью настоящей статьи является демонстрация возможностей оптической микроскопии для анализа структур, преимущественно в области микроэлектроники и микромеханики.

## **Методы**

В подавляющем большинстве случаев объекты микроскопических исследований нуждаются в освещении извне. Способ освещения во многом определяет то, какую информацию об объекте исследования можно получить. Существует множество способов и систем освещения [1]. Ниже описаны основные способы освещения [2], применяемые в микроэлектронике.

Для изучения непрозрачных образцов используется отражённый свет. Освещение образца производится через объектив. Изображение создается за счет того, что различные участки образца по-разному рассеивают падающий на них свет [3]. Метод имеет два режима – режим светлого поля и режим тёмного поля. Режим светлого поля является стандартным режимом оптического микроскопа.

Режим тёмного поля – это режим, в котором освещение образца осуществляется пучком света, распространяющимся под небольшим углом

к плоскости образца [1]. Как правило, свет от осветителя в этом режиме поступает через выполненное в виде кольца отражающее зеркало, расположенное на внешней части объектива. Изображение создается за счет света, рассеянного объектами, резко выступающими из плоской поверхности образца. Это могут быть частицы, границы структур и т.п. В основном темнопольная микроскопия используется для выявления и анализа дефектов структур. Метод также может быть реализован и в проходящем свете.

В качестве примера использования темнопольной микроскопии на рис. 1 приведены изображения поверхности пленки нитрида кремния, частично подвергнутой облучению электронами [4]. Воздействие на поверхность образца производилось в прямоугольной области (показана красной пунктирной линией), расположенной внутри квадратной рамки, играющей роль метки. На рис. 1, а представлено оптическое изображение поверхности образца, полученное в отраженном свете. На изображении достаточно чётко видна метка (чёрные линии), однако практически не различима область воздействия. На рис. 1, б представлено темнопольное изображение, на котором помимо четкой метки (белые линии) хорошо видны точечные дефекты поверхности (белые точки), а также результат воздействия электронного пучка (разнонаправленные «складки» ).

Другой способ освещения – это освещение проходящим светом [5]. Свет от источника проходит сквозь исследуемый прозрачный или частично прозрачный образец. Данный метод может применяться для анализа непрозрачных включений в прозрачных структурах или для определения контуров элементов структуры.

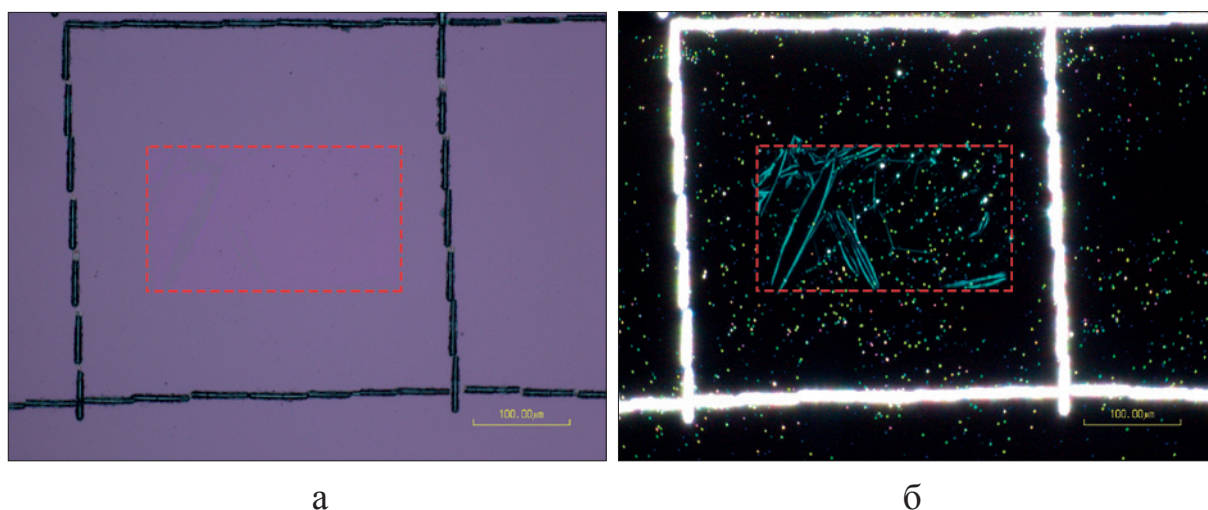


Рис. 1. Изображения пленки нитрида кремния на кремнии, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме (а) светлого поля; (б) темного поля.

Прямоугольная область, подвергнутая облучению электронами, показана пунктирной линией.

## Практическое использование

В основном оптическая микроскопия в микроэлектронном производстве используется для: качественного визуального анализа внешнего вида полученной структуры; оперативного определения линейных размеров элементов структуры; контроля дефектности; получения изображений объектов для последующего анализа. Качественный визуальный анализ внешнего вида проводится с целью сравнения полученных на оптическом микроскопе изображений с ожидаемым видом структуры. При этом осуществляется качественная оценка соответствия и определение изъянов структуры.

Указанные выше области использования оптической микроскопии являются общепринятыми, и подробно освещаться здесь не будут. Более полезным представляется рассмотрение случаев, в которых применение оптической микроскопии для анализа образцов не являлось непосредственной задачей, однако позволило получить важную информацию.

Оптическая микроскопия позволяет быстро выполнить предварительный анализ структур. Исследование занимает менее 5 минут с учетом включения прибора, установки образца, фокусировки, выбора области и записи результатов. Также стоит отметить, что оптическая микроскопия обычно не требует предварительной подготовки образцов.

Таким образом, применение оптической микроскопии увеличивает общее время анализа образца незначительно, но может стать источником полезной дополнительной информации об исследуемом объекте. Поэтому по мнению авторов во многих случаях целесообразно использовать оптическую микроскопию для предварительного анализа структур. Полученная информация может оказаться важной и непосредственно использоваться в ходе последующего анализа другими методами. Данное замечание особенно актуально по отношению к образцам, о процессах изготовления которых отсутствует подробная надежная информация.

Посредством оптической микроскопии можно получать различную дополнительную информацию об исследуемом образце. В частности, оптическая микроскопия позволяет:

1. Обнаруживать единичные загрязнения и дефекты, определять их форму и размеры.
2. Выявлять прозрачные плёнки окислов и прозрачные загрязнения.
3. Анализировать особенности рельефа поверхности и оценивать перепады высот.
4. Выявлять особенности исследуемой структуры, на которые стоит обратить внимание при проведении анализа другими методами.

Приведенный список может быть дополнен в зависимости от предполагаемой области использования оптической микроскопии. Широко распространено применение данного подхода для непосредственного сравнения

микроструктуры образцов. В качестве сравниваемых объектов могут выступать микроструктуры, отличающиеся по составу, полученные при различных технологических режимах формирования, обработки или до и после некоторого воздействия [6-19]. При этом результаты оптической микроскопии сравниваются и комбинируются с данными других методов анализа [19-21].

Данные оптической микроскопии используются для качественной оценки, а именно, для выделения и анализа структур на поверхности, определения различных и сходных (близких по виду) областей, анализа формы объектов [8, 17, 22, 23]. Посредством оптической микроскопии производится анализ дефектов [15] и дефектообразования [16, 24], пористых структур [6, 7, 25].

Усовершенствование методов измерений с использованием цифровых систем записи и обработки изображений приводит к повышению точности и расширению функциональных возможностей оптической микроскопии. Это проявляется как в совершенствовании измерительной техники, так и в развитии математических алгоритмов обработки сигналов [26]. В настоящее время доступно компьютеризированное управление фокусом, оптическими компонентами, фильтрами и др. [1]. Такой подход расширяет спектр возможных экспериментальных манипуляций и повышает точность, в сравнении с использованием механических микроскопов. В связи с необходимостью автоматизированной высокоточной обработки серий измерений, оптимизируются алгоритмы управления измерительной оптической системой [27]. Для изучения объектов большого размера с максимальным разрешением создаются системы с автоматизированным предметным столиком, осуществляющим сдвиг поля зрения, и последующим объединением («сшиванием») кадров изображений [28, 29, 30].

Разработан ряд методик обработки данных оптической микроскопии [25, 28, 31-34], позволяющих осуществлять количественную оценку результатов измерений, в том числе проводить обработку больших объемов данных (большой серии изображений). Оптическая микроскопия применяется для анализа размера кристаллов [35], среднего размера зерна [31], комплекса геометрических параметров зерен шлифовальных порошков (ширины, длины, периметра, площади, диаметра) [32], объемной доли пор и армирующего наполнителя [25], микроструктурной неоднородности поверхности мембран [33] и др. Благодаря современным методам обработки данных (в т.ч. изображений), разработаны алгоритмы автоматического распознавания трещин [36], оценки шероховатости [37]. Отдельное внимание стоит уделить методике анализа топологических слоев интегральных микросхем (ИМС) на основе последовательного фотографирования верхнего слоя и его удаления [28] и методике построения объемной 3D модели поверхности на основе объединения последовательных кадров с различным положением фокуса

[34]. Данные методики требуют применения аналитических компьютеризированных комплексов и специализированного программного обеспечения.

Отдельно стоит отметить, что в связи с развитием нейронных сетей и в целом искусственного интеллекта [38], в ближайшее время стоит ожидать активного внедрения этих технологий как в привычную обработку изображений оптической микроскопии, так и в процесс получения экспериментальных данных.

### 1. Обнаружение и анализ единичных загрязнений и дефектов

При подробном анализе присутствующих на исследуемых образцах дефектов или загрязнений предметом изучения может являться как сам дефект, так и особенности окружающей его области образца. Данная информация является эффективным подспорьем при определении источника возникновения этих дефектов или загрязнений, а также при анализе самого процесса.

Приведен пример исследования образцов, полученных при отработке нанесения GaN [39] на сапфировую подложку путём процесса, совмещающего атомно-слоевую эпитаксию и МОС-гидридную эпитаксию [40]. Анализировался вид получаемой поверхности, в том числе характер загрязнений (рис. 2). Сделан вывод, что загрязнения являются следствием попадания на поверхность подложки частиц материала, образовавшихся на различных поверхностях реактора. По результатам исследований проведена оптимизация технологического процесса: скорректирована направленность газовых потоков. В итоге удалось добиться меньшего зарастания верхнего экрана, а также экрана, находящегося между подложкодержателем и источником парогазовой смеси. Это привело к уменьшению загрязнений на структурах GaN на сапфире.

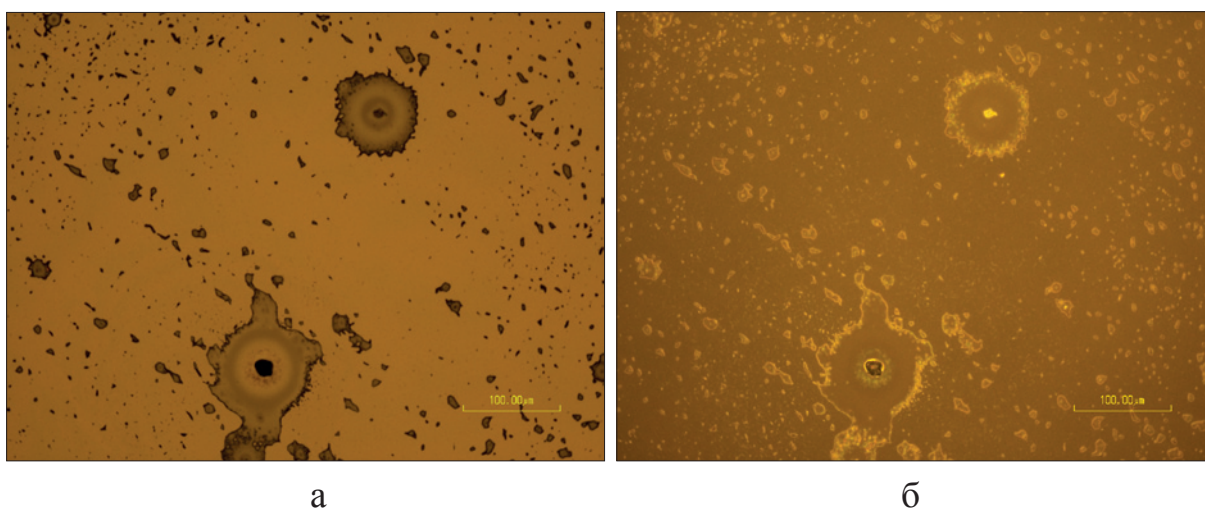


Рис. 2. Изображения загрязнений на структуре GaN на сапфировой подложке, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме (а) светлого поля; (б) темного поля

## 2. Обнаружение прозрачных плёнок окислов или прозрачных загрязнений

Рассмотрим процесс освещения тонких прозрачных пленок, расположенных на поверхности образцов. В связи с отражением света передней и задней поверхностями пленки наблюдается явление интерференции [41]. Это выражается в наличии радужных цветов, которые также называют цветами побежалости. Анализ их присутствия и расположения позволяет сделать вывод о наличии на образце тонких пленок и характеризовать их. Эти пленки могут образоваться путем окисления приповерхностной области образца либо могут быть привнесены извне, то есть являться прозрачными загрязнениями. Такие тонкие пленки могут быть следствием некачественной транспортировки или проведенного технологического процесса.

На рис. 3 показаны изображения обратной (неполированной) стороны кремниевых пластин для случая чистой пластины (рис. 3, а) и пластины с загрязнениями (рис. 3, б). Зерна кремния на чистой пластине имеют одинаковый равномерный цвет, в то время как часть зерен кремния на загрязненной пластине обладают радужной окраской.

На рис. 4 показаны изображения лицевой (полированной) стороны окисленной кремниевой пластины после некачественного технологического процесса. На поверхности присутствуют локализованные тонкие пленки подобные россыпи пятен. В стандартном режиме (рис. 4, а) видны радужные цвета тонких пленок. Режим темного поля (рис. 4, б) позволяет визуализировать границы объектов (контуры пятен) и выделить отдельные частицы (яркие включения белого цвета на изображении).

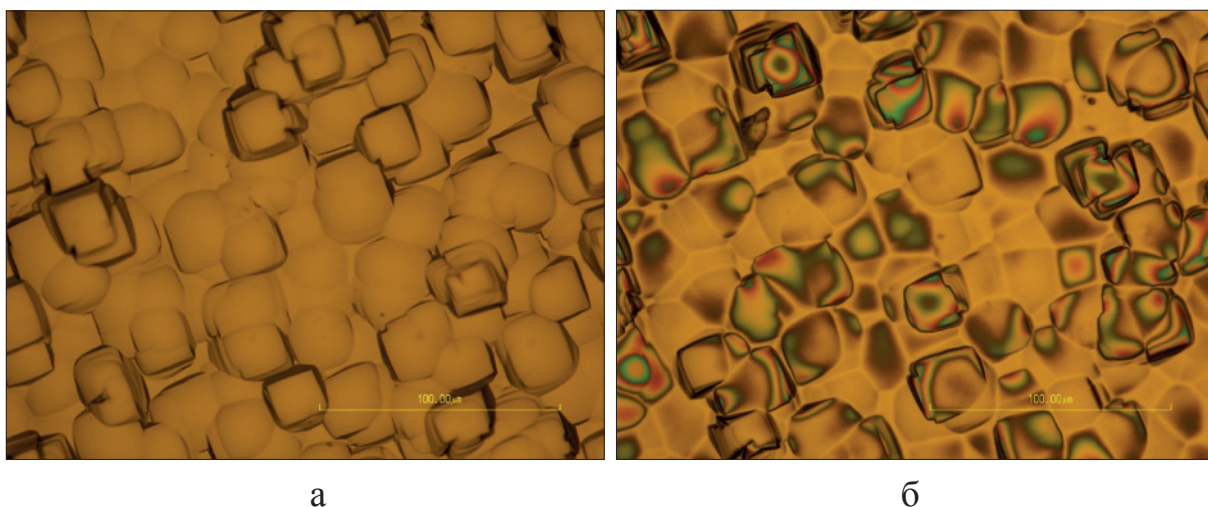


Рис. 3. Изображения обратной стороны кремниевой пластины, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме светлого поля для случая чистого кремния (а), для случая наличия прозрачных загрязнений (б)



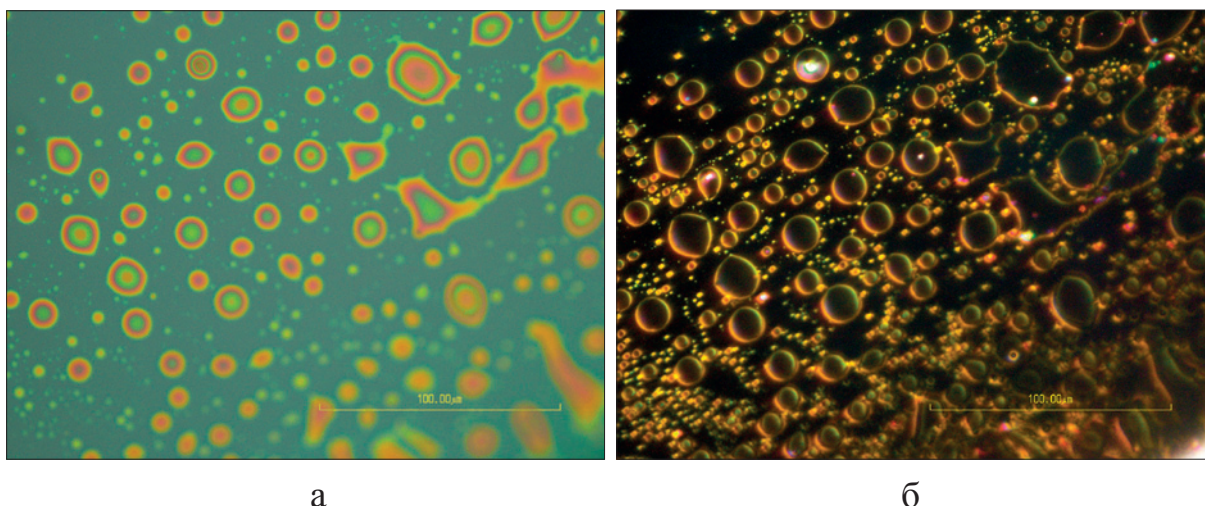


Рис. 4. Изображения лицевой стороны бракованной окисленной кремниевой пластины, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме (а) светлого поля; (б) темного поля

### 3. Анализ особенности рельефа поверхности и оценка перепады высот

Наиболее часто для определения параметров рельефа поверхности используются такие методы, как контактная профилометрия и атомно-силовая микроскопия.

При использовании контактной профилометрии, в общем случае, анализируется профиль поверхности – линия, фиксирующаяся при перемещении зонда вдоль исследуемой поверхности [42]. Опираясь подобными данными можно определить шероховатость поверхности и перепад высот. Однако поскольку результат расчета зависит от выбора области анализа, весьма полезно привлечение оптической микроскопии для предварительной оценки поверхности.

Метод атомно-силовой микроскопии позволяет получать 3D-карту топографии поверхности и иные полезные для анализа данные, но имеет ряд особенностей, определяющих сферу его применения. В подавляющем большинстве случаев могут анализироваться только образцы сравнительно небольшого размера (единицы сантиметров), при этом размер одной области сканирования составляет сотни микрон. Кроме того, данный тип исследований отличается большой длительностью настройки и непосредственно проведения измерения образца, а также необходимостью постоянного обновления расходных материалов (кантилеверов). Вышеуказанные ограничения и высокая чувствительность метода к небольшим изменениям характеристик поверхности привели к тому, что метод используется в основном для анализа небольших по размеру образцов с достаточно гладкой (ровной) поверхностью и небольшим перепадом высот.

Таким образом, при необходимости анализа поверхности образцов с высокой шероховатостью (неровностями большого размера) стоит привлечь оптическую микроскопию. Предварительное изучение вида поверхности позволяет оценить степень шероховатости и провести первичный анализ характера обработки поверхности.

В качестве примера приведен вид поверхности образцов металлических изделий после механической обработки. Несмотря на то, что внешний вид образцов был схож, первичный анализ изображений поверхности образцов (рис. 5, а, б) показал различие в рельефе поверхности, что является следствием различий в характере обработки поверхности. Также было обнаружено, что на образцах присутствуют неровности различного уровня (рис. 5, в), которые впоследствии были установлены и другими методами (рис. 5, г).

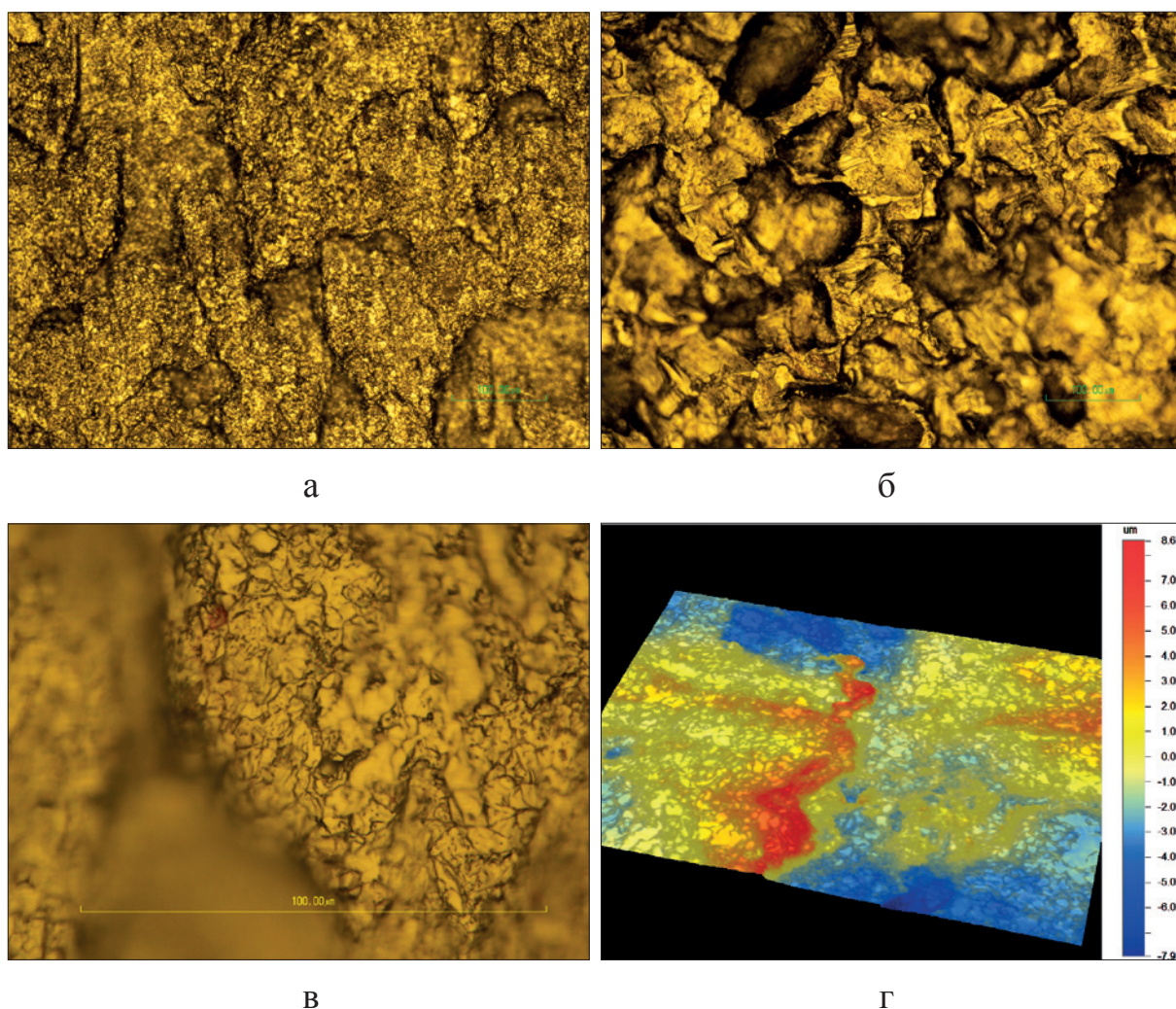


Рис. 5. Изображения поверхности образцов металлических изделий, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме светлого поля (а, б, в) и полученные на оптическом профилеометре Veeco Wyko NT 9300 (г).

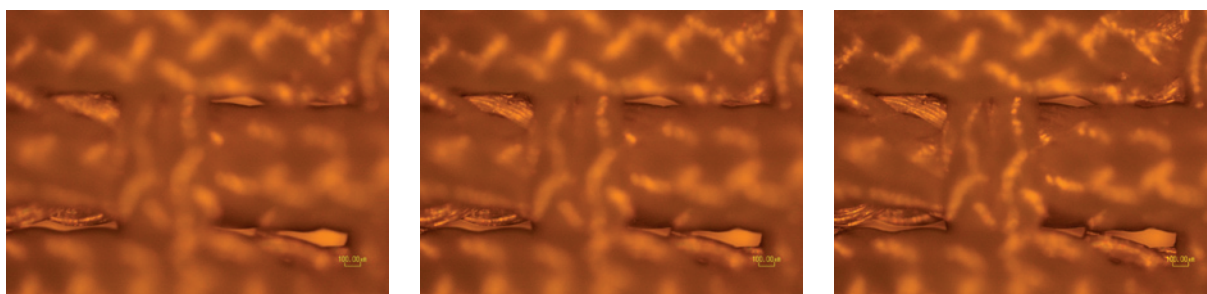
Посредством оптической микроскопии можно также оценить и величину перепада высот неровностей. Для оценки перепада высот используется различное положение фокуса. Данная информация может быть полезна при:

- оценке уровня неровностей на поверхности (оценке шероховатости);
- оценке перепада высот топологических элементов или иных структур;
- определении размера (в т.ч. высоты) загрязнений;
- исследовании образцов, анализ которых другими доступными методами затруднен.

В качестве примера последнего случая можно привести определение перепада высот при анализе текстильных материалов (рис. 6, 7) или иных изделий сложной формы с высокой шероховатостью [34]. Данные исследования выполняются обычно с использованием специализированного программного обеспечения, например Helicon Focus. Анализ поверхности контактными методами затруднен в связи со сложностями размещения и закрепления исследуемого образца на предметном столике прибора. Кроме того, размер неровностей может превышать измерительные возможности используемого оборудования (например, ход иглы).

Стоит отметить, что для анализа поверхности могут быть использованы иные оптические методы, предназначенные для определения перепада высот на структурах. Например, оптическая профилометрия или конфокальная микроскопия. Однако высокая шероховатость поверхности образцов приводит к малой интенсивности отраженного сигнала. Такого отклика часто бывает недостаточно для построения подробной карты топографии поверхности.

С помощью оптической микроскопии можно получить серию изображений с различным положением фокуса (рис. 6, а-з). Анализируя эти изображения совместно, производится оценка перепада высот на структурах. Для получения качественного полностью сфокусированного изображения эту серию частично сфокусированных снимков можно объединить (рис. 6, и). Стоит отметить, что при объединении этих изображений с последующим использованием математической обработки также возможно построение 3D-карты топографии поверхности (рис. 7). Таким образом, доступно определение перепада высот на структурах посредством оптической микроскопии.



а

б

в

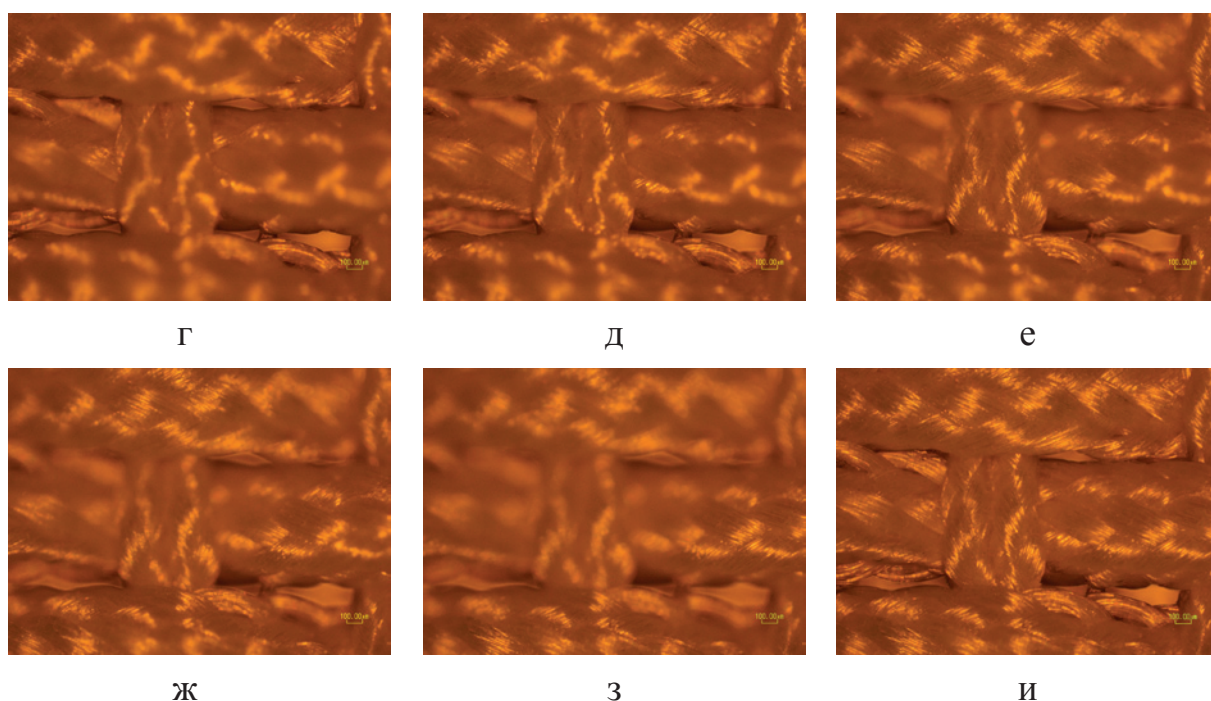


Рис. 6. Изображения волокон текстильного материала, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме светлого поля (а-з) с шагом фокусировки 100 мкм, и объединенное изображение (и)

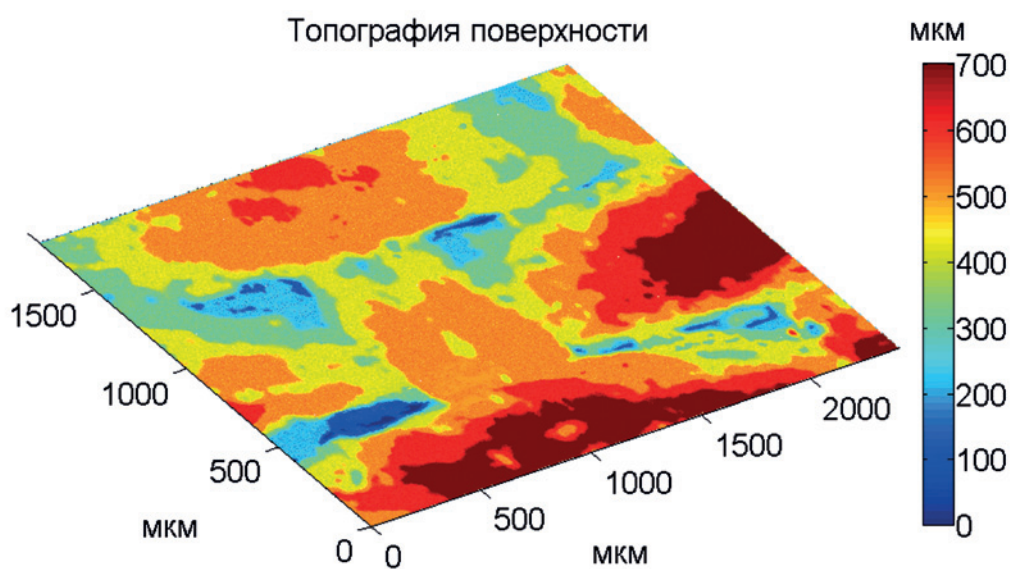


Рис. 7. Топографическая карта волокон текстильного материала (Рис. 6, и)

#### 4. Выявление особенностей исследуемой структуры, на которые стоит обратить внимание при проведении анализа другими методами

Вышеприведенные примеры показывают, что оптическая микроскопия может быть полезна и как отдельный самостоятельный метод исследования

структур, и как вспомогательный метод, использующийся в комбинации с другими методами исследований. Весьма полезно сравнение данных оптической микроскопии с результатами, полученными иными методами. При этом в ряде случаев без данных оптической микроскопии практически невозможно проведение корректного анализа образцов выбранными методами исследования. Ниже приведено несколько примеров.

Поскольку каждый исследуемый образец по-своему специфичен, невозможно выделить отдельные моменты, на которые стоит обращать внимание в первую очередь. Напротив, при исследованиях следует учитывать специфику образца и поставленных задач анализа. Важно реализовывать все возможные способы получения дополнительной информации об образце.

### **5.1 Предварительный анализ поверхности объектов исследования перед определением перепада высот**

В описываемом примере ставилась задача определения глубины областей лазерной маркировки. Предполагалось, что это позволит определить, в чем отличие получаемой маркировки при её различных режимах, определить суммарную глубину лазерного воздействия относительно уровня подложки. Были подготовлены различные образцы. Для проведения измерений был выбран контактный профилометр Alpha-Step 200.

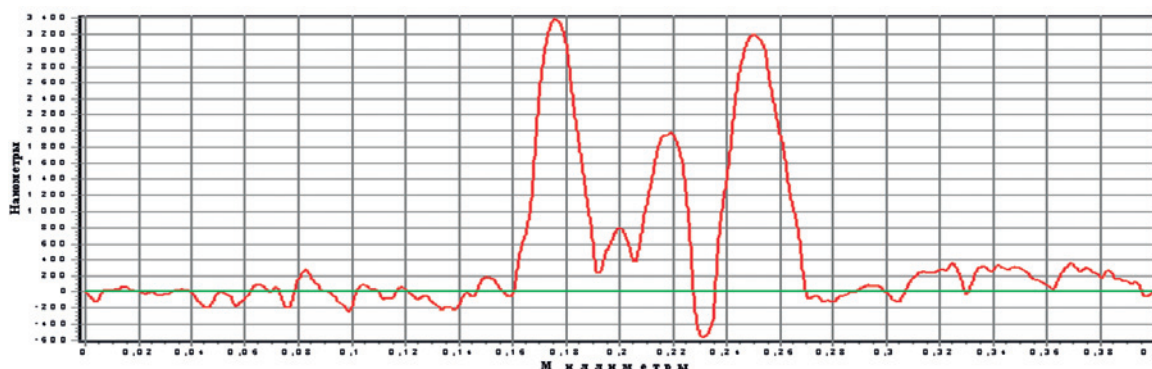
Типичный вид профиля поверхности в области проведенной лазерной маркировки изображен на рис. 8, а. Очевидно, что задача оценки глубины кратера по такому профилю не является тривиальной, как и проведение эффективного сравнения подобных профилей поверхности друг с другом.

Данные структуры были проанализированы на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N, пример изображений поверхности показан на рис. 8, б-г. Такой анализ позволил определить параметры одной отдельной области воздействия лазерного излучения (рис. 8, б). Также это позволило провести сравнение образцов, полученных при различных режимах лазерного воздействия. Например, были определены случаи отдельно визуализирующихся зон воздействия (рис. 8, в) и случаи со «спекшимися» областями (рис. 8, г), а также промежуточные случаи. При этом на различных образцах было получено различное расстояние между областями воздействия.

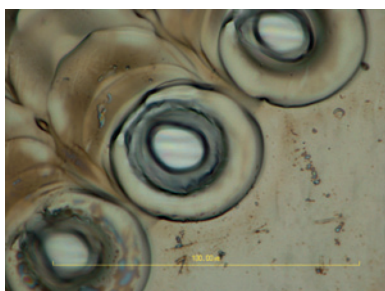
Вышеуказанную информацию трудно получить исходя из данных контактной профилометрии (рис. 8, а). Не обладая информацией о том, как выглядит анализируемая структура, сложно определить к каким её особенностям относится какая часть профиля поверхности. Благодаря оптической микроскопии, стало очевидным, что область с существенным перепадом высот является областью проведенной маркировки. Произошло не удаление, а перераспределение вещества в непосредственной близости от области воздействия лазерного излучения [42]. После лазерного воздействия данная область представлена преимущественно возвышенностями. В итоге опреде-

лить по данным контактной профилометрии глубину лазерного воздействия относительно уровня подложки затруднительно.

Для оценки глубины областей маркировок образцы были проанализированы на оптическом профилометре Veeco Wyko NT 9300. Данный метод позволяет получать 3D карту распределения перепада высот. Это позволило определить положение различных фрагментов структуры относительно друг друга, в том числе перепад высот между уровнем подложки и минимальным уровнем области маркировки (рис. 8, д).



а



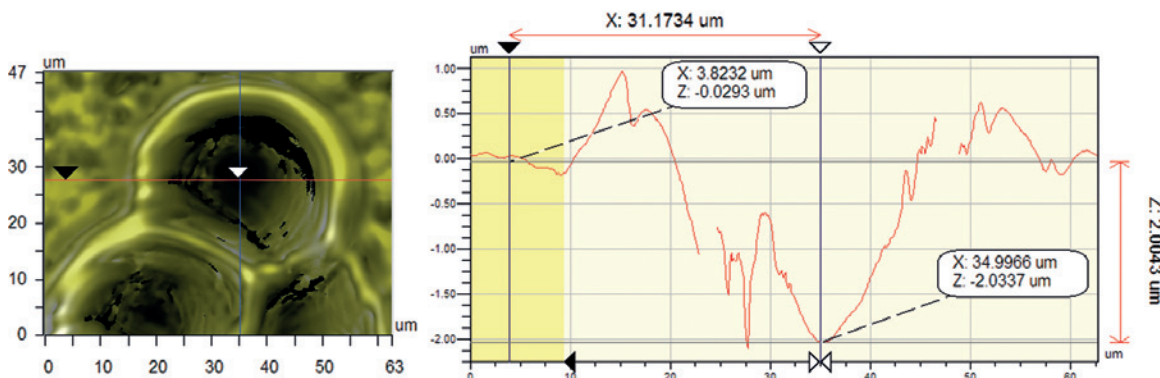
б



в



г



д

Рис. 8. Профили поверхности в областях с лазерной маркировкой (а, д) и изображения поверхности различных образцов (б-г). Профиль поверхности (а) получен на контактном профилометре Alpha Step 200. Изображения поверхности (б-г) получены на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме светлого поля. Изображение поверхности и профиль поверхности (д) получены на оптическом профилометре Veeco Wyko NT 9300

## 5.2 Предварительный анализ поверхности объектов исследования перед измерениями посредством эллипсометрии

Метод спектральной эллипсометрии является очень чувствительным к наличию на исследуемой поверхности и в структуре материала загрязнений, микровключений и чужеродных пленок [43]. Для анализа исследуемого объекта по данным эллипсометрии используется моделирование с использованием библиотеки материалов. Это требует наличия подробной информации об объекте исследования. В случае отсутствия ключевых данных, их нельзя будет учесть при составлении модели, что приведет к некорректности результатов расчета.

Отдельно следует отметить, что для пополнения библиотеки материалов, а также при анализе материалов, сведения о которых в библиотеке отсутствуют, исследователи могут использовать снятые с анализируемых образцов спектры. Однако в случае наличия на образце загрязнений или чужеродных пленок (подобно рис. 2, 4), данный спектр не будет в полной мере соответствовать спектру предполагаемого материала, и не должен использоваться в вышеуказанных целях. Это еще одна причина, показывающая важность предварительного анализа поверхности образцов.

Также применительно к эллипсометрии необходимо учитывать, что эта методика предназначена для анализа гладких плоскопараллельных поверхностей. По этой причине необходимы сведения о наличии на поверхности неровностей. Данная информация может быть получена посредством оптической микроскопии. На основе этих данных могут быть выбраны относительно ровные области для анализа методом спектральной эллипсометрии. Также шероховатость поверхности может и должна быть учтена при составлении модели для расчета по данным спектральной эллипсометрии.

В данном примере предметом исследования являлся анализ толщины естественного окисла  $\text{SiO}_2$  на кремниевой (Si) подложке методом спектральной эллипсометрии. На анализ на эллипсометр Horiba Auto SE были переданы образцы, содержащие области с естественным  $\text{SiO}_2$  на кремнии и области с дополнительно нанесенным на структуру металлом (рис. 9). По результатам предварительного анализа по данным спектральной эллипсометрии, толщина слоя  $\text{SiO}_2$  составила в среднем порядка 5,0-6,0 нм. Данная величина существенно превышает типичные для толщины естественного окисла на кремнии значения в 1,0-2,0 нм. Также в части областей анализа сам характер спектральных данных существенно отличался от типичных данных для  $\text{SiO}_2$  на кремнии. При этом модель « $\text{SiO}_2$  на Si» была неэффективной, в отличие от модели «металл на  $\text{SiO}_2$  на Si».

При сравнении результатов моделирования с видом поверхности образцов, полученном на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N, вышеуказанные эффекты получили объяснение. Присутствовала достаточно широкая промежуточная область между металлом и  $\text{SiO}_2$  на кремнии (рис. 9), возможно, являющаяся следствием «подпыления» под маску металлического слоя. Снятые спектральные данные с промежуточной области, естественно, не соответствовали стандартным спектрам  $\text{SiO}_2$  на кремнии. Однако, поскольку качество отображения поверхности встроенной камерой спектрального эллипсометра невысокое, данная промежуточная область при измерениях на эллипсометре не была зафиксирована, и промерялась как область « $\text{SiO}_2$  на кремнии».

Анализируя поверхность предполагаемых областей со слоем естественного оксида кремния, можно было видеть, что присутствуют существенные неоднородности (рис. 9), которые внесли дополнительный вклад в значение толщины  $\text{SiO}_2$  при расчете.

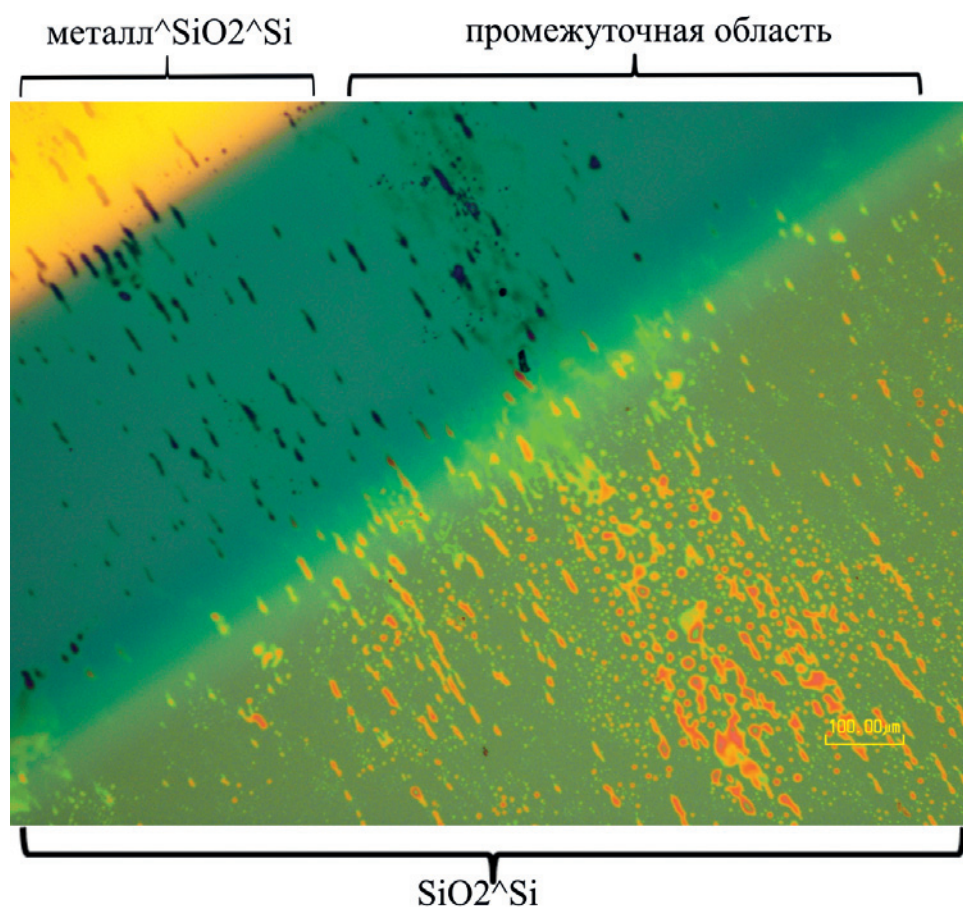


Рис. 9. Изображение поверхности исследуемой тестовой структуры, содержащей естественный окисел на кремнии, полученное на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в отраженном свете в режиме светлого поля



### 5.3 Разноплановый контроль мембран перед проведением испытаний на прочность

Данный пример посвящен анализу круглых мембран с жесткой заделкой по контуру (рис. 10). Исследуемые мембраны представляют собой натянутые пленки толщиной порядка единиц микрометров и менее. Пленки могут формироваться из прозрачных материалов, таких как оксид и нитрид кремния; основанием служит кремниевая подложка. При создании мембран используется глубокое травление кремния с обратной стороны пластины на всю глубину пластины.

С точки зрения анализа данных структур, оптический микроскоп может использоваться для определения линейных размеров (диаметра) мембран, оценки поверхности мембран, анализа дефектов и др.

При формировании таких мембран необходимо тщательно контролировать все параметры технологического процесса, в том числе в особенности – момент остановки травления кремния [44]. С этой целью можно использовать оптическую микроскопию (рис. 11, а, б). Она позволяет определить, полностью ли стравился кремний, поскольку его толстые слои являются непрозрачными для видимого излучения. При большем увеличении можно подробнее изучить микроструктуру поверхности в области травления.

С точки зрения контроля дефектов и особенностей мембран, могут быть использованы многие методы оптической микроскопии. Например, в случае их наличия, можно анализировать осевшие на поверхности обратной стороны мембраны побочные продукты травления (рис. 12, а) или характер расположения складок (рис. 12, б).

Для проведения корректного расчета прочностных характеристик мембраны [45-47] необходимо точно знать геометрические параметры мембраны. При анализе таких мембран в стандартном режиме отраженного света (рис. 13, а) оператор может определить диаметр мембраны. Важно отметить, что уровень поверхности мембраны не совпадает с уровнем поверхности подложки (рис. 10, а, б). Также форма мембраны в общем случае может не являться сегментом сферы, как предполагается в большинстве аналитических расчетов. По виду поверхности (рис. 10, а, б) можно сделать вывод, что в ряде случаев форма мембраны близка к усеченному конусу, меньшее основание которого подобно сегменту сферы. Посредством оптической микроскопии могут быть определены такие геометрические параметры мембраны, как диаметры верхнего и нижнего основания конуса. В целом, при анализе поверхности мембраны с лицевой стороны в режиме отраженного света можно наблюдать эти два диаметра (рис. 13, а). Но для определения диаметра прозрачных мембран рекомендуется использовать режим проходящего света, поскольку он позволяет получить более резкие границы объектов (рис. 13, б). Это становится особенно актуально при исследовании мембран меньшего диаметра с менее четкой границей (рис. 14, а, б).

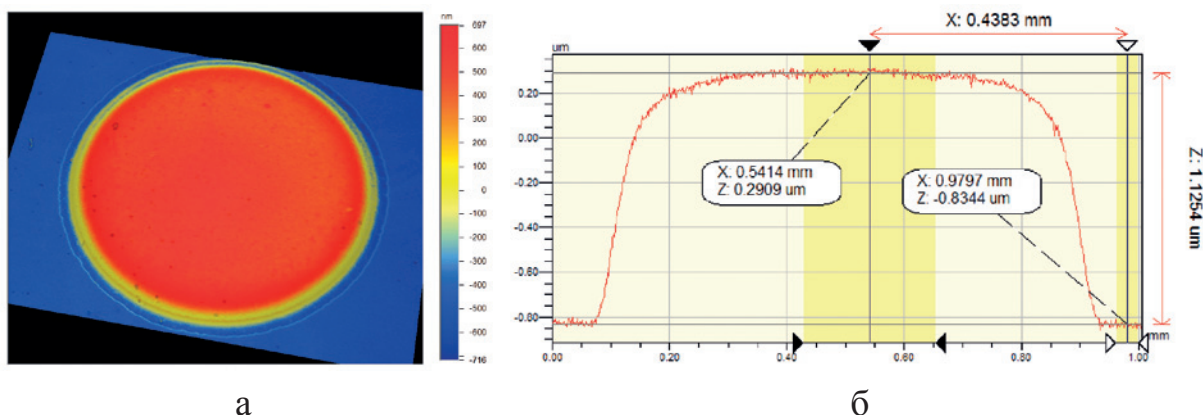


Рис. 10. Типичное изображение 3D-вида топографии поверхности круглой мембраны, полученное на оптическом профилометре Veeco Wyko NT 9300 (а), и соответствующий профиль поверхности вдоль диаметра мембраны (б)

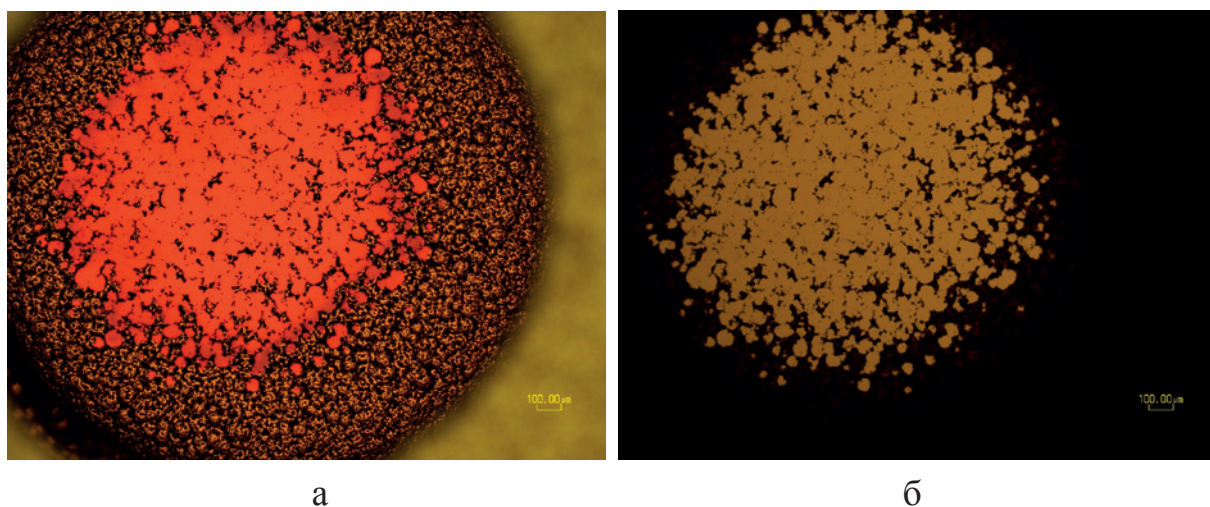


Рис. 11. Изображения прозрачной мембраны на кремниевой подложке в случае недотравленного кремния, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в режиме светлого поля в отраженном свете (а), в проходящем свете (б)

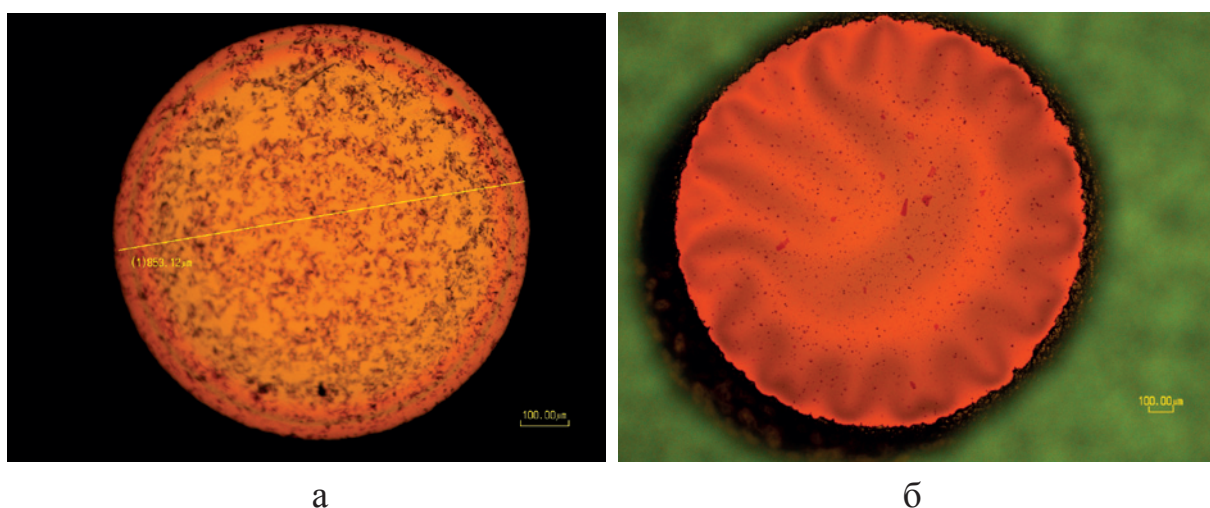


Рис. 12. Изображения различных мембран, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в режиме светлого поля в проходящем свете (а), в отраженном свете (б)

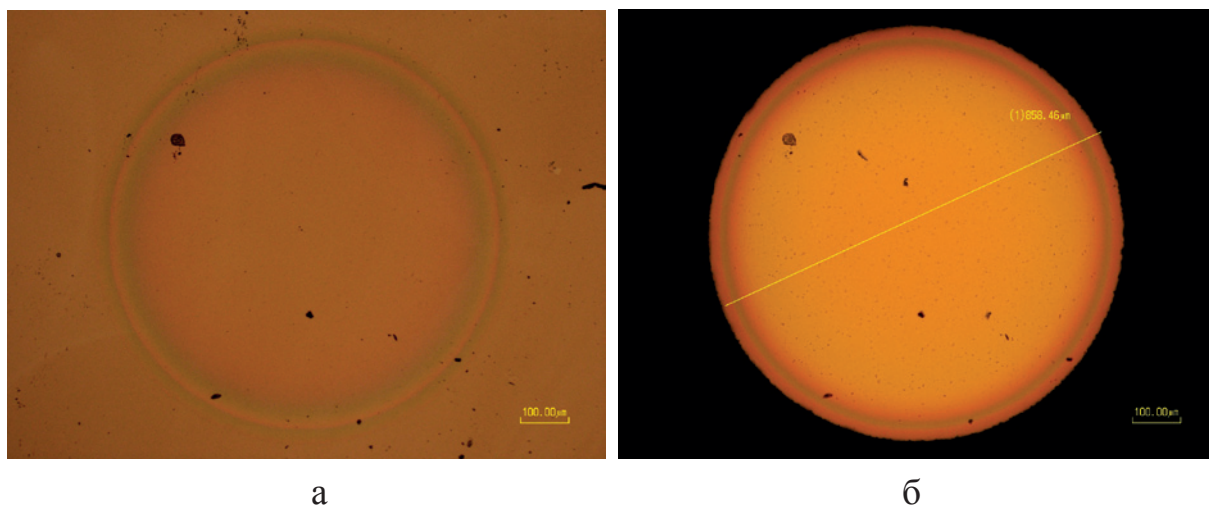


Рис. 13. Изображения прозрачной мембраны на кремниевой подложке, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в режиме светлого поля в отраженном свете (а), в проходящем свете (б)

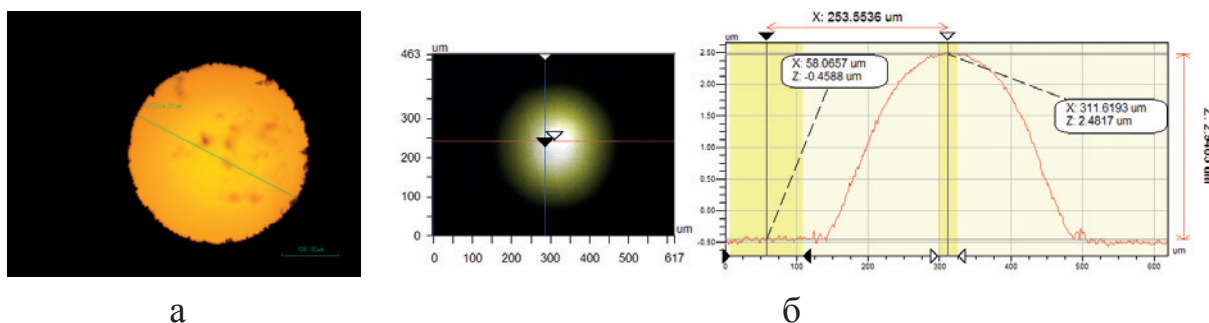


Рис. 14. Изображения и профиль поверхности прозрачной мембраны на кремниевой подложке, полученные на оптическом микроскопе Nikon Eclipse L200N в режиме светлого поля в проходящем свете (а) и на оптическом профилометре Veeco Wyko NT 9300 (б)

## Заключение

Продемонстрированы возможности светлопольной и темнопольной оптической микроскопии в отраженном и проходящем свете. Описаны возможности качественного и количественного анализа.

Применение оптической микроскопии в микроэлектронном производстве позволяет:

- выполнить качественный визуальный анализ внешнего вида полученной структуры;
- анализировать элементы структуры и определять их размеры, различать сходные (близкие по виду) и отличные области друг от друга и проводить их качественный анализ;
- анализировать особенности рельефа поверхности и оценивать перепады высот;
- обнаруживать единичные загрязнения и дефекты, определять их форму и размеры, проводить количественный анализ дефектности;

- обнаруживать прозрачные плёнки окислов или прозрачные загрязнения;
- выявлять особенности исследуемой структуры (например, неоднородности поверхности), на которые стоит обратить внимание при проведении анализа другими методами.

Даны примеры использования оптической микроскопии для анализа: исходных и окисленных кремниевых пластин; полученных лазерной маркировкой углублений; технологических процессов создания GaN на сапфире; механической обработки металлических изделий; технологии создания круглых мембран и определения их параметров; структур сложной формы с высокой шероховатостью.

На конкретных примерах показана полезность применения оптической микроскопии для предварительного анализа структур. Приведены исследования поверхности образцов перед применением методов профилометрии (для определения перепада высот) и спектральной эллипсометрии (для анализа тонких пленок, оптических характеристик материалов и др.). Продемонстрировано, что данные оптической микроскопии позволили провести корректный анализ этих образцов.

### **Благодарности**

Исследования выполнены с использованием оборудования ЦКП «МСТ и ЭКБ» НИУ МИЭТ, поддержанного Минобрнауки РФ, в рамках выполнения работ по Соглашению № 075-03-2020-216 от 27.12.2019 (тема FSMR-2020-0017, мнемокод 0719-2020-0017).

Авторы выражают благодарность ведущему инженеру ЦКП «МСТ и ЭКБ» В. Ю. Кирееву и научному сотруднику НИИ Физических проблем Р.В. Лапшину за обсуждение и ценные замечания.

### **Литература**

1. *Бородин В.О., Сабиров Д.Х., Цыбина А.Н., Звада Е.А.* Микроскопические методы и их роль в современных биологических науках // Научное обозрение. Педагогические науки, 2019, **5-2**, С. 36-40.
2. Nikon Микроскоп для инспекции интегральных схем ECLIPSE L200 / ECLIPSE L200D Руководство по эксплуатации (46 с.)
3. [http://aco.ifmo.ru/el\\_books/introduction\\_into\\_specialization/glava-6/glava-6-3.html](http://aco.ifmo.ru/el_books/introduction_into_specialization/glava-6/glava-6-3.html)
4. *Дедкова А.А., Дюжнев Н.А., Киреев В.Ю., Новиков Д.В., Патюков Н.Н.* Влияние электронного облучения на характеристики плёнок нитрида кремния // Современная электроника, 2016, **9**, С. 2-5.
5. [http://galika.ru/wp-content/uploads/2013/07/P\\_2010-OIP.pdf](http://galika.ru/wp-content/uploads/2013/07/P_2010-OIP.pdf)

6. *Севастьянов В.Г., Симоненко Е.П., Гордеев А.Н., Симоненко Н.П., Колесников А.Ф., Папынов Е.К., Шичалин О.О., Авраменко В.А., Кузнецов Н.Т.* Получение керамических материалов состава  $\text{HfB}_2\text{-SiC}$  (10-20 об. %) и исследование их поведения под длительным воздействием потока диссоциированного воздуха // Журнал неорганической химии, 2014, **59** (12), С. 1611.
7. *Зимин С.П., Горлачев Е.С., Герке М.Н.* Свойства поверхности алюминиевого покрытия на макропористом кремнии // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2007, **10**, С. 44-46.
8. *Ашиккалиева К.Х.* Лазерно-стимулируемые периодические структуры на поверхности монокристаллического кремния // Фундаментальные проблемы современного материаловедения, 2013, **10**, С. 21-24.
9. *Красникова О.В., Андрейков Е.И., Диковинкина Ю.А.* Карбонизация каменноугольного и нефтяного пеков, модифицированных термообработкой с полистиролом // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. 2012, **55** (6), С. 41-44.
10. *Глазачева Е.Н., Евтюхова Д.О., Успенская М. В.* Биополимерные плёночные материалы на основе хитозана для медицинских применений // 2018, С. 388-391
11. *Бузанов О.А., Диденко И.С., Козлова Н.С., Козлова А.П., Скрылева Е.А., Симинел Н.А.* Влияние изотермического отжига на оптические параметры лантан–галлиевого танталата // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники, 2012, **1**, С. 22-25.
12. *Столярова О.О., Муравьёва Т.И., Загорский Д.Л., Губенко М.М.* Исследование поверхности антифрикционных алюминиевых сплавов системы  $\text{Al-Cu-Si-Sn-Pb}$  // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2017, **8**, С. 50-58.
13. *Красиков А.В., Красиков В.Л.* Изменение структуры оксидного покрытия на силумине в процессе анодирования // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), 2012, **17** (43), С. 026-030.
14. *Лебедев А.А., Лебедев С.П., Никитина И.П., Школдин В.А., Шустов Д.Б.* Исследование гетероструктур  $\text{3C-SiC/15R-SiC}$  // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, 2015, **15** (1), С. 60-64.
15. *Меженный М.В., Мильвидский М.Г., Резник В.Я.* Влияние быстрого термического отжига на особенности дефектообразования в пластинах кремния при создании эффективного внутреннего геттера // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2009, **8**, С. 49-56.
16. *Меженный М.В., Мильвидский М.Г., Резник В.Я.* Особенности формирования внутреннего геттера в бездислокационных пластинах кремния, легированных азотом // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники, 2010, **4**, С. 4-10.

17. *Алексеева О.В., Носков А.В., Гусейнов С.С.* Термическое поведение композиционных материалов на основе полистирола // *Физикохимия поверхности и защита материалов*, 2020, **56** (3), С. 227-230.
18. *Ларионов Н.В.* Покрyтия из карбида кремния, полученные пиролизом монометилсилана, на реакционно-связанном карбиде кремния // *Информационно-технологический вестник*, 2018, **1** (15), С. 137-144.
19. *Кудря А.В., Соколовская Э.А., Ле Х.Н., Траченко В.А., Скородумов С.В., Папина К.Б., Чинь Х.Ч.* Оценка строения изломов и структур в конструкционных сталях с использованием компьютеризированных процедур // *Вектор науки Тольяттинского государственного университета*, 2015, **4** (34), С. 44-52, DOI: 10.18323/2073-5073-2015-4-44-52.
20. *Герасимов В.В.* Сравнительная морфология сфероидизированной перлитной стали оптическим и электронно-микроскопическим методами // *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*, 2015, **7-8**, С. 55-59.
21. *Гончаров А.С., Ковалев М.С., Соломашенко А.Б., Кузнецов А.С.* Исследование параметров микрооптических и дифракционных элементов с помощью технологии корреляционной микроскопии shuttle and find // *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана*, 2012, **9** (9), С. 17.
22. *Golokhvast K.S., Seryodkin I.V., Bulakh E.M., Chaika V.V., Zakharenko A.M., Kholodov A.S., Pamirsky I.E., Chung G.* Mycolith (fungal phytolith) morphotypes and biosilification of proteins in wood-destroying and pileate fungi // *Botanica Pacifica: a Journal of Plant Science and Conservation*, 2018, **7** (1), С. 63-70, DOI: 10.17581/bp.2018.07102.
23. *Васильчикова Е.Н., Константинов М.С., Мащенко В.И., Кучеров Р.Н., Чаусов Д.Н., Дадиванян А.К.* Особенности процесса кристаллизации 4,4'-азоксианизола в виде множественных «кофейных колец» // *Жидкие кристаллы и их практическое использование*, 2020, **20** (1), С. 47-52.
24. *Васильев Ю.Б., Верезуб Н.А., Меженный М.В., Просолович В.С., Простомолотов А.И., Резник В.Я.* Особенности дефектообразования в процессе термообработки биздислокационных монокристаллических пластин кремния большого диаметра с заданным распределением в объеме кислородсодержащих геттерирующих центров // *Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники*, 2012, **2**, С. 43-50.
25. *Гуляев А.И., Исходжанова И.В., Журавлева П.Л.* Применение метода оптической микроскопии для количественного анализа структуры ПКМ // *Труды ВИАМ*, 2014, **7**, С. 7.
26. *Дьяченко А.А., Максимова Л.А., Рябухо В.П.* Проявление эффектов углового спектра освещающего поля в полихроматической интерференционной микроскопии слоистых объектов // *Компьютерная оптика*, 2018, **42** (6), С. 959-969, DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-6-959-969.

27. *Попов Д.А.* Анализ изменения яркости светового гауссова пучка в задаче поиска точки фокуса оптической системы // *Качество. Инновации. Образование*, 2014, **7** (110), С. 62-69.
28. *Боргардт Н.И., Алексеев Н.В., Волков Р.Л.* Анализ структуры СБИС с применением метода фокусированного ионного пучка, электронной и оптической микроскопии // *Известия высших учебных заведений. Электроника*, 2011, **5** (91), С. 91-98.
29. *Гужов В., Ильтимиров Д., Хайдуков Д., Чернов О., Полубинский С.Л.* Модификация оптических микроскопов // *Автоматика и программная инженерия*, 2016, **2** (16), С. 71-76.
30. *Лопарев А.В., Правдивцев А.В., Игнатьев П.С., Индукаев К.В., Осипов П.А., Ромаш Е.В.* Метрологическая платформа с модуляционным интерференционным микроскопом // *Оптический журнал*, 2012, **79** (6), С. 79-85.
31. *Сизова О.В., Заикина А.А., Рубцов В.Е., Шляхова Г.В.* Формирование микроструктуры ядра сварного шва, полученного способом сварки трением с перемешиванием // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2015, **58** (6-2), С. 248-253.
32. *Носенко В.А., Александров А.А.* Распределения геометрических параметров зерен шлифовальных порошков // *Вестник современных технологий*, 2018, **2** (10), С. 15-20.
33. *Ковалева О.А., Лазарев С.И., Головин Ю.М., Рыжкин В.Ю.* Оптико-микроскопические исследования сорбционной поверхности нанопермембран ОПМН-П и ОФМН-К // *Сорбционные и хроматографические процессы*, 2018, **18** (1), С. 83-92.
34. *Зенцова Е.А.* Цифровая оптическая микроскопия как средство фрактального анализа высокопрочного чугуна // В сборнике «Инновации, качество и сервис в технике и технологиях», 2015, С. 150-153.
35. *Рабинович А.А., Панова Т.В., Голованова О.А.* Применение метода оптической микроскопии для изучения кристаллизации одноводного оксалата кальция // *Вестник Омского университета*, 2007, № 1 (43), С. 23-25.
36. *Шагалова П.А.* Разработка и реализация алгоритма распознавания трещин на изображениях, полученных при микроскопии // *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева*, 2018, **3** (122), С. 32-36.
37. *Латонов И.В., Шулепов А.В.* Способ бесконтактной оценки шероховатости поверхности по ее цифровому изображению, формируемому оптической системой измерительного микроскопа // *Вестник МГТУ Станкин*, 2013, **1** (24), С. 141-145.
38. *Хардин В.* (автор), *Рентюк В.* (перевод и дополнения) Искусственный интеллект и его влияние на машинное зрение // *Control Engineering*, 2017, **6** (72), С. 12-14.

39. Дедкова А.А., Никифоров М.О., Митько С.В., Киреев В.Ю. Исследования островковых пленок нитрида галлия на сапфировых подложках методами растровой электронной микроскопии и спектральной эллипсометрии // Российские нанотехнологии, 2019, **14** (3-4), С. 93-100, DOI: 10.21517/1992-7223-2019-3-4-93-100.
40. Никифоров М.О., Дедкова А.А., Рыгалин Б.Н. Влияние технологических параметров процесса атомно-слоевой эпитаксии на однородность толщины зародышевых слоев GaN // Изв. вузов. Электроника, 2020, **25** (3), С. 277–281, DOI: 10.24151/1561-5405-2020-25-3-277-281.
41. Ландсберг Г.С. Оптика. Учеб. Пособие: Для вузов. – 6-е изд., стереот. // М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, 848 стр.
42. Дедкова А.А., Киреев В.Ю., Махиборода М.А. Возможности и ограничения метода контактной профилометрии при определении перепада высот для контроля топологических элементов и толщины слоев // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование, 2020, **20** (2), С. 23-40.
43. Горшков М.М. Эллипсометрия // М.: «Сов. Радио», 1974, 200 с.
44. Дедкова А.А., Дюжнев Н.А., Гусев Е.Э., Штерн М.Ю. Оперативная неразрушающая методика анализа прогиба мембран, расположенных на пластине // Дефектоскопия, 2020, **5**, С. 52-59, DOI: 10.31857/S0130308220050073.
45. Гусев Е.Э., Дедкова А.А., Дюжнев Н.А. Исследование механической прочности многослойных мембран для МЭМС преобразователей физических величин // Наноиндустрия, 2018, S (82), С. 538-541, DOI: 10.22184/1993-8578.2018.82.538.541.
46. Дедкова А.А., Гусев Е.Э., Ларионов В.С., Дюжнев Н.А. Определение механических свойств МЭМС мембран // В сборнике: Третий междисциплинарный молодежный научный форум с международным участием «Новые материалы» Сборник материалов, 2017, С. 251-254.
47. Дюжнев Н.А., Гусев Е.Э., Дедкова А.А., Глаголев П.Ю. Исследование механической прочности двухслойных мембран SiO<sub>2</sub>/Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> // Наноиндустрия, 2019, S (89), С. 511-514, DOI: 10.22184/NanoRus.2019.12.89.511.514.



# **APPLICATION OF OPTICAL MICROSCOPY FOR THE QUALITATIVE AND QUANTITATIVE ANALYSIS OF THE SOLID SURFACE**

Dedkova A.A., Makhaboroda M.A.

*dedkova@ckp-miet.ru, m.makhaboroda@gmail.com*  
*National Research University of Electronic Technology, Moscow*

Received 15.09.2020

The possibilities of optical microscopy for preliminary and complex analysis of structures, which are used mainly in microelectronics and micromechanics, are demonstrated. Specific examples of the use of optical microscopy for qualitative and quantitative analysis, development of technological processes, control of defects, analysis of surface relief, determination of the parameters of structures are given. Surface measurements are performed in reflected and transmitted light, using bright and dark field modes.

*Keywords: microscope, optical microscopy, measurement, reflected light, bright field, dark field, transmitted light, episcopic illumination, diasopic illumination, surface relief, step height microelectronics, micromechanics, surface, roughness, technology, membrane, defect*

## **НА ПУТИ К ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ БИОЛОГИИ. I. ПРОЛЕГОМЭНЫ.**

Перевод с английского  
С.Г. Васецкого

Под редакцией и с предисловием  
акад. Б.Л. Астаурова

Издательство «Мир» Москва, 1970.

### **Предисловие к английскому изданию**

Теоретическая физика представляет собой вполне сложившуюся самостоятельную науку, и во многих университетах ею занимаются специальные лаборатории и кафедры. Более того, наши теории о природе окружающего нас материального мира, безусловно, оказывают глубокое влияние на общепhilosophические концепции. Что же касается теоретической биологии, то едва ли можно сказать, что такая наука уже существует. Трудно сказать, чем она должна заниматься и по каким путям ей следует развиваться; к тому же очень редко случается, что

философы ощущают связь таких биологических проблем, как теория эволюции или восприятие раздражения, с традиционными проблемами философии.

Международный союз биологических наук (МСБН) счел своим долгом, как организация, объединяющая биологов из разных стран, стимулировать создание некоего костяка понятий и методов, на котором могла бы формироваться теоретическая биология. Это совсем не простая задача; поэтому было решено провести три симпозиума на эту тему с годовыми интервалами. Эти симпозиумы предполагалось посвятить не обсуждению теоретических основ каких-либо частных биологических процессов, например проницаемости мембран, наследственности, нервной деятельности и т. д., а попыткам выявить и сформулировать основные концепции и логические связи, характеризующие живые системы в отличие от неживых, и рассмотрению вытекающих из них общефилософских представлений.

На меня была возложена обязанность пригласить докладчиков и организовать заседания.

Первый симпозиум проходил с 28 августа по 3 сентября 1966 г. на вилле Сербеллони в Беладжо (озеро Комо). Чтобы создать известную базу для дискуссии и сосредоточить внимание на некоторых проблемах, я разослал участникам симпозиума свои лекции, прочитанные за год до этого в университете Северного Уэльса и нарочито переработанные с тем, чтобы придать им несколько полемический характер. Одновременно были разосланы некоторые комментарии Рене Тома к этим лекциям, а также статья Эрнста Майра.

Заседания на вилле Сербеллони, носившие весьма непринужденный характер и оказавшиеся очень плодотворными, не стенографировались.

В процессе обсуждения внимание было сосредоточено главным образом на проблемах биологической теории, а не на более общих проблемах. Хотя в результате работы симпозиума стали вырисовываться пусть еще не очень четкие, но уже определенные контуры теоретической биологии, было совершенно ясно, что необходимо продолжить обсуждение и обмен мнениями между приверженцами различных точек зрения, прежде чем удастся разработать некое подобие схемы стройной и самостоятельной науки. Поэтому предлагаемая вниманию читателя книга состоит из отдельных статей, написанных после симпозиума в духе проводившегося на нем обсуждения. Они еще не связаны друг с другом в некое единое целое. Именно сознание того, что такого единого целого не существует, что его создание представляет собой длительную и нелегкую задачу, и заставило принять решение провести три симпозиума. Мы надеемся, что на втором симпозиуме будут сделаны дальнейшие шаги на пути к синтезу различных точек зрения. Поэтому этот первый том и получил подзаголовок «Прологомены».

## ОСНОВНЫЕ БИОЛОГИЧЕСКИЕ КОНЦЕПЦИИ

К.Х. Уоддингтон  
(Эдинбургский университет)

*Продолжение. Начало публиковалось в номере 19-2.*

### РОЛЬ БИОЛОГИИ В РАЗВИТИИ ФИЛОСОФИИ

Обсуждение этой проблемы затрудняется тем, что, по мнению большинства ученых, за последнюю четверть века философия ввергла себя в такую фантастическую путаницу, что необходимо предварительно обсудить некоторые чисто философские вопросы, прежде чем можно будет хотя бы подойти к рассматриваемой проблеме. Среди профессиональных философов распространено мнение, что никакая наука — будь то биология или другая наука — не может ничего дать философии. Даже с чисто исторической точки зрения — достаточно вспомнить Ньютона и Локка или Дарвина и Бергсона — это мнение представляет собой столь явную парадоксальную чепуху, что защитить его можно было бы лишь одним способом: утверждая, что почти все ученые прошлого, известные как философы, в действительности философами вовсе не были — вывод, перед которым не останавливаются наиболее крайние представители современной школы. Я считаю, что уж если мы хотим обсуждать эту проблему, то должны начать с самых ее основ.

**Вклад в теорию познания науки вообще и биологии в частности.** Проблема теории познания (эпистемологии или гносеологии) заключается в соотношении между тем, что мы (люди) воспринимаем, и «истинной» природой вещей, существующих вне нас. Философы обычно заявляют, что наука ничего не может привнести в понимание этой проблемы. На мой взгляд, это утверждение правдоподобно лишь постольку, поскольку мы не умеем разграничивать два различных значения слова «восприятие». Они заключаются в следующем:

- 1) «восприятие» в смысле некоторого осознанного ощущения (которое мы можем отнести к понятию «опыта»);
- 2) «восприятие» как каузально действенное раздражение, на которое мы можем реагировать, но которое мы совершенно не осознаем (его можно отнести к понятию «реакции на что-либо»).

Эти два значения четко различаются, и два соответствующих им процесса могут протекать раздельно: например, если вы быстро перелетите в город Куско, расположенный в Андах на высоте около 4000 м, то частота дыхания и сердечных сокращений у вас увеличатся, хотя вы не можете сознательно ощутить изменения в давлении воздуха и парциальном давлении кислорода.

Гносеологическая проблема соотношения между тем, что мы воспринимаем, и природой «реального мира» явно зависит главным образом от существования явления опыта, уже по одному тому, что весь— вопрос возник в сфере сознания и его нельзя формулировать или обсуждать вне рамок сознания. Доводы, что наука ничего не может дать теории познания, имеют ценность лишь постольку, поскольку они утверждают невозможность доказать возникновение осознанного опыта в результате научно описываемых процессов, участвующих в восприятии (воздействие электромагнитных колебаний на сетчатку, палочки и колбочки и т. п.; воздействие колебаний давления воздуха на органы слуха и т. д.). Это справедливо в меру сказанного, но эта мера не всеобъемлюща. Если мы допустим, что каким-то образом, который мы не можем постичь, мы действительно приобретаем осознанный опыт, то тогда перед наукой открывается возможность утверждать то главное, к чему она стремится, а именно что мы можем значительно больше узнать о природе реального мира, обращая внимание на характер наших реакций на него, а не на частный характер приобретаемого нами осознанного опыта. Наше понимание таких явлений, как атомная природа вещества, существование электромагнитных колебаний, классическая физика, квантовая механика или теория относительности и т. п., не зависит от частного характера нашего осознанного опыта; представление о них могло бы быть создано и дальтониками, которые не отличают красный цвет от зеленого. Содержание наших знаний о мире определяется скорее нашими реакциями на него, чем приобретением опыта.

Именно начиная с этого уровня биология и может, как мне кажется, внести определенный вклад в теорию познания. Прежде всего она показывает, что различные организмы различаются по набору имеющихся у них органов чувств, от которых, как можно думать, зависит приобретение осознанного опыта; можно ожидать, что соответственно различным организмам легче или труднее познавать некоторые свойства окружающего их реального мира. Организмам, не способным различать цвета (т. е. различать длины волн электромагнитных колебаний), было бы трудно — если они вообще способны создать осознанную картину реального мира — создать такую его картину, в основе которой лежали бы различия в длинах волн.

Организмы с сильно развитым обонянием могли бы — если запах действительно зависит от колебательных свойств молекул, как утверждают некоторые современные теории, — гораздо легче получить представление об этом аспекте реального мира, чем, скажем, о валентных углах в молекуле. Сейчас человек сумел в значительной мере, хотя, быть может, и не полностью, преодолеть эту ограниченность естественных возможностей своих органов чувств, но при этом он до конца использовал эти возможности, а кроме того, разработал сложную аппаратуру, позволившую исследовать, на-

пример, области электромагнитного спектра, которые он сам физиологически не воспринимает. Даже в этих условиях он испытывает большие затруднения при попытках сформировать схематические представления о таких аспектах реального мира, которые относятся к непривычным для него масштабам (например, субатомные или, более того, внутриядерные миры).

Еще более ценный вклад биология могла бы внести в вопрос о том, до какой степени участие того или иного восприимчивого существа с его особым сенсорным аппаратом в любом акте восприятия ограничивает «достоверность» наших представлений о мире. В не очень отдаленном прошлом среди физиков существовали серьезные разногласия по этому вопросу. Большинство из тех, кто считает «копенгагенское» истолкование квантовых явлений правильным, полагает также, что наши научные знания далеко не так объективны, как думали прежде. Это убеждение основано на том, что любой способ наблюдения за положением элементарной частицы, например регистрация отраженного от нее луча света, обязательно нарушает ее движение и, таким образом, невозможно одновременно точно определить и положение этой частицы в пространстве и ее скорость. В этом заключается одно из возможных выражений принципа неопределенности. Гейзенберг [26] говорит: «Если мы хотим выяснить природу этих элементарных частиц, мы не можем продолжать игнорировать физические процессы, с помощью которых мы получаем сведения об этих частицах... Таким образом, объективная реальность элементарных частиц странным образом растворилась, но не в тумане какой-то новой мало понятной или еще не получившей объяснения концепции реальности, а в прозрачной ясности математики, которая описывает теперь не поведение элементарных частиц, а лишь наше представление об этом поведении. Специалист по атомной физике должен был примириться с тем фактом, что его наука представляет собой лишь звено в бесконечной цепи спора человека с природой *и что она не может просто говорить о «собственно» природе*. Паука всегда предполагает присутствие человека, и, как сказал Бор, мы должны отдавать себе отчет в том, что в действительности мы не только зрители, но и актеры на театральных подмостках жизни... Если, оттолкнувшись от современного состояния науки, мы попытаемся выяснить, где же произошел сдвиг основ, то не будет сверхупрощением сказать, что *впервые в истории современный человек на этой планете противопоставит себе одному, не имея ни сторонников, ни противников*... Даже в области науки объектом исследования служит уже не сама природа, а изучение природы человеком».

Далее Гейзенберг цитирует отрывок из Эддингтона, написанный в характерной для последнего пышной академической манере: «Мы обнаружили, что в тех областях, где наука продвинулась дальше всего, разум лишь получил от природы то, что он в нее вложил. Мы нашли странный след на

берегах неизведанного. Мы изобретали изошренные теории одну за другой, чтобы объяснить его происхождение. Наконец нам удалось воспроизвести существо, оставившее этот след. И что же? Это наш собственный след!»

Шредингер [27, 28] придерживается противоположной точки зрения. В одном месте он замечает довольно ядовито: «Спор о том, кого я поддерживаю в моем кратком докладе, можно усилить, упомянув о «стирании границ между наблюдателем и наблюдаемым», которое многие считают даже еще более глубокой революцией в мышлении, тогда как, на мой взгляд, оно представляет собой лишь сильно переоцененную временную концепцию, которая не может иметь каких-либо серьезных последствий».

Шредингер не верит, что при научном исследовании наблюдателя можно или должно объединять с наблюдаемым; он думает, что попал в это аномальное положение лишь вследствие временной неудачи в достижении полного научного объяснения квантовых явлений. Он полагает, что «умеренно удовлетворительная картина мира была получена лишь дорогой ценой изъятия из этой картины нас самих и отступления назад в позицию ненаблюдаемых наблюдателей».

Шредингер описывает, как мы оказались лицом к лицу с «двумя наиболее вопиющими парадоксами, порожденными нашим незнанием этого факта... Первый из них — это то удивление, в которое мы были повергнуты, обнаружив, что наша картина мира «бесцветна, холодна, нема». Цвет и звук, тепло и холод мы ощущаем непосредственно; надо ли удивляться, что их нет в картине мира, из которой мы изъяли нашу мыслящую особу? Второй парадокс заключается в наших бесплодных поисках места, где бы разум воздействовал на материю или наоборот, что нам столь хорошо известно из скрупулезного исследования Ч. Шеррингтона [1], превосходно изложенного в книге «Человек и его природа». Материальный мир может быть воспроизведен лишь ценой изъятия из него нас самих, т. е. разума; разум не является частью мира. Поэтому он не может ни воздействовать на мир, ни подвергнуться воздействию каких-либо его частей».

Точка зрения Шредингера, как я сказал, не была общепринятой или господствующей в среде физиков. Однако она не очень далеко ушла от той, которая была изложена в первых нескольких строках наиболее значительного труда по философии, появившегося в тридцатых годах, «Логико-философского трактата» Витгенштейна [29]. В этой книге рассматривается в основном природа языка и ее связь с вещами, которые он описывает. Она написана в виде отдельных положений, каждое из которых имеет номер, указывающий место этого положения в логической системе всего рассуждения. Книга начинается очень смело:

«1. Мир есть все, что имеет место».

(Как будто мы знаем, что это такое! Жизнь большинства ученых посвя-

щена попыткам выяснить, что такое случай в какой-нибудь мельчайшей области реального мира.)

Витгенштейн продолжает развивать это весьма привлекательное положение :

«1.1. Мир есть совокупность фактов, а не вещей» — и приводит ряд доводов, пока не приходит к тому, что солидаризируется со Шредингером:

«1.2. Мир распадается на факты...

2. То, что имеет место, что является фактом, — это существование атомарных фактов.

2.01. Атомарный факт есть соединение объектов (вещей, предметов).

2.0232. Между прочим, объекты бесцветны».

В связи с этим биология могла бы привлечь внимание к тому, что способность организма реагировать на факторы реального мира подвергалась действию естественного отбора и что вследствие этого организмы, как правило, способны реагировать на факторы, на которые им важно реагировать. Поэтому картина реального мира, которую они могут создать на основе своих реакций, будет картиной чего-то, что воистину реально в том смысле, что оно обуславливает выживание вида, к которому они принадлежат. Трудно представить, какой другой смысл можно было бы вложить в слово «реальный».

Таким образом, мы пришли бы к точке зрения, которую в философии называют «критическим реализмом» или чем-то в этом роде. Но здесь «реализм» не означает, что какой-то внешний наблюдатель — марсианин или даже бог — увидит окружающую природу такой, какой ее представляют последние теории наиболее выдающихся физиков нашего времени — которые, быть может, не сохранят свою силу дольше десяти лет, — но оно означает, что каждый данный вид создает такую картину внешнего мира, которая помогает этому виду использовать его для своих практических целей — для того, чтобы выжить и оставить потомство. Эта картина будет исключительно сложной и, так сказать, многоплановой. Если мы представим себе что-либо в виде мыши, это будет столь же реальной частью картины, как если мы представим себе это в виде набора ДНК и белков или в виде совокупности субатомных частиц.

Среди сравнительно недавних философских исследований в области теории познания ближе других подошел к этим взглядам Уайтхед [30] в своем утверждении, что основа вселенной состоит из «событий» и что все, что вы можете извлечь из события — от субатомной частицы до поэтической метафоры, — составляет в действительности часть этого события. Однако он упустил в своей работе биологическую точку зрения о том, что человек под действием естественного отбора стал таким, что он умеет обнаружить в каждом событии именно то, что ему важно знать.



**Являются ли этические ценности внутренне неизбежным продуктом материального мира?** Некоторые философы, например Уайтхед [30], доказывают, что сознание и ценность: а) с очевидностью следуют из самого факта существования человека; б) по своей природе столь отличны от понятий, с которыми имеет дело физика и химия, что никакое манипулирование этими понятиями не может привести к их появлению (например, просто в результате усложнения), и приходят к выводу, что в) если мы — последовательные эволюционисты, то мы должны предположить, что все сущности (например, палки и камни) должны обладать некой характеристикой того же общего порядка, что и сознание и ценность, даже несмотря на то, что мы не в состоянии обнаружить ее.

Я хочу обсудить аналогичное положение, основанное, однако, на более последовательном, хотя все еще крайне спекулятивном, ходе мысли.

Становится очень легко выдвинуть правдоподобный и даже убедительный аргумент о том, что в силу природы материального мира при наличии определенного сочетания обстоятельств, которые неизбежно должны существовать в ряде мест в космосе, там возникнут физико-химические системы, проявляющие основные свойства «жизни» в том смысле, что они будут способны: а) к редупликации; б) к мутированию и редупликации мутантного состояния (т. е. к передаче информации) и в) к образованию «выставок» элементов, несущих информацию (г. е. фенотипа). Появление такой системы или систем неизбежно приведет к эволюции посредством естественного отбора. Не слишком трудно доказать, что в результате самовоепроизводящиеся сущности (организмы) на определенной стадии эволюции окажутся способными к созданию новой системы передачи информации, которая действует несравненно быстрее, чем простые молекулярные системы, возникшие в начале процесса. В процессе эволюции, происходившем на земле, такая стадия была достигнута человеком в результате систематической передачи информации не только через ДНК, но и посредством устной речи или письменности. Как я показал [31], особый путь выработки человеком этой передающей информацию системы неразрывно связал ее с представлением о социальном (обычно родительском) авторитете, поскольку только ассоциация с налагаемыми обществом ограничениями (обычно с кем-то, произносящим «нет») убеждает ребенка в том, что давление воздуха на его уши действительно несет какую-то информацию. Далее я утверждал, что именно когда молодой представитель рода человеческого предпринимает этот чрезвычайно важный эволюционный шаг — становится одним из звеньев системы «передачи информации посредством слов», поняв, что слова могут заключать в себе *команды*, — у него возникает представление о существовании квазиабсолютных команд, которые позже получают название «этики», системы ценностей и т. п.

Я готов защищать точку зрения, что именно так обстояло дело на планете Земля. Теперь мне хотелось бы поставить другой вопрос: мыслима ли система передачи информации посредством символов (сравнимых со словами), которая не приводила бы к развитию власти человека над человеком (власти родителей над детьми или какой-либо иной ее формы) в систему, сравнимую с этикой?

Насколько я могу понять, никакая система передачи не может эффективно передавать информацию от передатчика к приемнику, если приемник не воспринимает сообщение как осмысленное. На химическом уровне эта проблема стоит не столь остро, хотя следует отметить, что бессмысленно вталкивать ДНК сперматозоида в яйцеклетку, если яйцеклетка не содержит полимераз, способных осуществлять процесс транскрипции, а также всех других механизмов, необходимых для синтеза специфических белков. Однако в тех случаях, когда информация передается в виде чистого символа (например, слова), вопросы о том 1) может ли приемник узнать, что передаваемые символы содержат информацию, и 2) обладает ли он механизмом для ее расшифровки, приобретают еще большее значение. Я полагаю, что особенно важен первый вопрос: содержит ли изменение внешней среды какую-то информацию? (Если содержит, то мы найдем способ узнать, что это за информация.) У человека представление о том, что некоторые раздражения несут информацию, связано с социальными ограничениями свободы удовлетворения естественных потребностей, а это, как я показал, приводит к возникновению этических норм поведения. Вопрос заключается в следующем: не существует ли чего-то еще, с чем можно было бы связать такое представление? Я хотел бы высказать предположение, что возможным альтернативным путем создания эффективной системы передачи информации посредством символов могла быть попытка связать ее с «объективизацией» чувственного мира. По-видимому, чувственный мир на самых ранних стадиях жизни человека не содержит никаких определенных, распознаваемых, длительно существующих объектов (лучшим доказательством может служить свидетельство слепорожденных, которые впоследствии прозрели). Его можно, пожалуй, представить в виде кинофильма, в котором одна из картин Моне («Водяные лилии» или «Руанский собор») изображала бы тишину, хотя и такое описание было бы, пожалуй, недостаточно точным, поскольку различие между внутренним и внешним миром — «я и не-я» — полностью не установлено. Процессы обучения типа «есть я и не-я», «существует не только вращающийся калейдоскоп изменчивых картин и красок, но и настоящие вещи с (более или менее) определенными очертаниями» происходят примерно в то время, когда новая зигота должна включиться в систему передачи информации посредством символов. Может быть, передача символов связана скорее с объективизацией, чем с властью одних организмов над другими?

Когда мы видим определенный объект — кошку, сидящую на ковре, — наша нервная система осуществляет удивительную операцию отбора частот, фаз и направлений распространения электромагнитных колебаний, воздействующих на наружную поверхность глаза. Он превращает что-то, над чем Моне корпел до кровавого пота, чтобы вернуть его к исходному состоянию, в нечто сильно упрощенное. Однако в случае человека упрощение заключено в создании некой зрительной схемы, совершенно отличной от всего того, что мог бы передавать человек при помощи имеющихся у него механизмов передачи информации. Мы договорились передавать звуками информацию о схематизированных данных, большая часть которых была выделена в результате обработки крайне сложной совокупности электромагнитных колебаний видимой области спектра (позже мы перешли к зрительной передаче информации посредством алфавитов и т. п., но это уже вторичное усложнение). Теоретически можно представить себе организмы, общающиеся друг с другом не посредством изменений давления воздуха, а при помощи электромагнитных сигналов. Грудной ребенок мог бы, пользуясь жестом, вместо слов «кошка на ковре» очертить в воздухе контуры этой сцены, которые представили бы в высшей степени абстрактный результат обработки того, что действительно воздействовало на его сетчатку.

Стадия «объективизации» — выработки представления о том, что мир содержит предметы, которые имеют определенные очертания, которые можно взять в руки, передвинуть с места на место и т. д., — достижение, которое, несомненно, возникло бы под действием естественного отбора совершенно независимо от возможности передачи информации при помощи символов. Это подвиг, по необходимости совершаемый птицами, которые вьют прочные гнезда из множества травинок, а также всеми другими животными, не способными передавать информацию посредством символов. Я хотел бы попутно высказать предположение о том, что если в ходе эволюции вам случится натолкнуться на способ передачи информации при помощи символов, относящихся к иным сенсорным областям, чем те, на которых вы обучались объективизации, то вы скорее всего пойдете по пути передачи информации, неразрывно связанному с отношениями между организмами, и он приведет вас к созданию чего-то вроде этических ценностей. Напротив, если вы имели возможность передавать информацию в пределах той же сенсорной области, в которой вы обучаетесь определять объекты путем упрощения воздействующих на ваши органы чувств внешних раздражений, то у вас может выработаться эволюционно эффективная система передачи информации, которая не включает в себя никакого представления об этической ценности. Однако за это, возможно, придется расплачиваться тем, что вы, быть может, будете вынуждены жить в мире, в котором принятые символические формы будут носить тот же квазиабсолютный характер, что и наши представления

о добре и зле. Утверждение, что округлый диск сбоку выглядит овальным, вероятно, покажется таким людям не аморальным, а просто столь же абсурдным в интеллектуальном отношении, сколь абсурдными кажутся нам некоторые положения квантовой механики, например что частица не может иметь одновременно определенные координаты и определенную скорость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Sherrington C.*, Man on his nature, Cambridge Univ. Press, 1940.
2. *Loeb J.*, The organism as a whole, Putnam, New York, 1916.
3. *Haldane J. S.*, The philosophy of a biologist, Clarendon Press, Oxford, 1935.
4. *Hogban L.*, The nature of living matter, Kegan Paul, London, 1930.
5. *Gray J.*, Experimental cytology, Cambridge Univ. Press, 1931.
6. *Shannon C. E., Weaver W.*, Bell System Technical Journ., 1948; The mathematical theory of communication, Univ. Illinois Press, Urbana, 1962.
7. *Raven C. P.*, Oogenesis, Pergamon Press, London, 1961. (X. Равен, Оогнез, изд-во «Мир», М., 1964.)
8. *Elsasser W. M.*, The physical foundations of biology, Pergamon Press, 1958.
9. *Srb A., Owen R.*, General genetics, San Francisco, 1953.
10. *Stern C.*, Principles of human genetics, San Francisco, 1960. (К. Штерн, Основы генетики человека, изд-во «Медицина», М., 1966.)
11. *Mayr E.*, Animal species and evolution, Harvard Univ. Press, 1963. (Э. Майр, Зоологический вид и эволюция, из-во «Мир», М., 1968.)
12. *Waddington C. H.*, The Endeavour, I, 18 (1942).
13. *Waddington C. H.*, Epigenetics of birds, Cambridge Univ. Press, 1952.
14. *Delbruck M.*, in: Unites biologiques douces de continuity genetique, C.N.R.S., Paris, 1949.
15. *Robertson F. W.*, Genet. Res. Camb., 5, 107 (1964).
16. *Kacser H.*, in: Biological organization, Acad. Press, 1963.
17. *Piltendrich C. S.*, in: Behaviour and evolution. 1958.
18. *Nagel E.*, The structure of science, Kegan Paul, London, 1961.
19. *Sornmerhof G.*, Analytical biology, Oxford Univ. Press, 1950.
20. *Quastler H.*, in: Theoretical and Mathematical Biology, Waterman and Morovitz, eds., Blaisdell Publ. Co., New York, 1965. («Теоретическая и математическая биология», изд-во «Мир», М., 1968.)
21. *Lewontin R. C.*, J. Theoret. Biol., 1, 382 (1961).
22. *Goodwin B. C.*, Temporal organization in cells, Acad. Press, 1963. (Б. Гудвин, Временная организация клетки, изд-во «Мир», М., 1966.)
23. *Sonneborn T. M.*, in: The nature of biological diversity, Allen, ed» McGraw-Hill, New York, 1963.
24. *Sager R.*, Proc. Roy. Soc. B, 164, 290 (1966).
25. *Curtis A. S. G.*, The cell surface, Acad. Press, 1967.

26. *Heissenberg W.*, The physicist's conception of nature. Hutchinson, 1958.
27. *Schroedinger E.*, Nature and greeks, Cambridge Univ. Press, 1954.
28. *Schroedinger E.*, Mind and matter, Cambridge Univ. Press, 1958.
29. *Wittgenstein L.*, Tractatus logico-philosophicus, 1921.
30. *Whitehead A. N.*, Science and modern world, Cambridge Univ. Press. 1926.
31. *Waddington C. H.*, The Ethical Animal, Allen and Unwin, 1930. (Univ. of Chicago Press, 1967).

### КОММЕНТАРИИ Р. ТОМА

**Телеологический подход в биологии.** Известно, что в классической механике эволюцию системы можно описать либо локальным образом, посредством дифференциальных уравнений, например уравнений Гамильтона  $P = dH/dq$ ,  $Q = -dH/dp$ , либо с помощью некоторого глобального вариационного принципа, например принципа наименьшего действия Мопертюи. Оба эти способа описания эквивалентны, хотя один из них отражает механистический, а другой — телеологический аспект рассматриваемого явления.

Весьма вероятно, что в биологии всякий эпигенетический или гомеостатический процесс может быть истолкован двояко: с точки зрения детерминизма и с позиций телеологии. Не следует забывать, что основной единицей, служащей объектом изучения в биологии, является не отдельный индивидуум, а непрерывная пространственно-временная конфигурация, связывающая родительский организм с его потомками (или даже сообщество таких конфигураций — в случае видов, связанных между собой такими функциональными взаимодействиями, как взаимоотношения хищник — жертва, соучастие в оплодотворении и т. п.). Я полагаю, что всякий адаптивный процесс можно связать с некоторой функцией  $F$  «биологического состояния», каким-то образом определяющей локальную «сложность» (или отрицательную энтропию) относительно рассматриваемого процесса. Между двумя точками, отвечающими моментам времени  $t_0$  и  $t_1$  (например, между родительским организмом в возрасте  $A$  и его потомком в том же возрасте  $A$ ), непрерывная конфигурация будет развиваться таким образом, чтобы обеспечить минимум общей сложности, т. е.  $\delta \int_{t_0}^{t_1} S dt = 0$ . В результате будет достигнута минимальная сложность изучаемого процесса, т. е. его адаптация достигнет максимальной эффективности. Естественный отбор представляет собой, разумеется, лишь один из факторов подобной эволюции; я полагаю, что внутренние механизмы — по существу ламарковского типа — действуют в том же направлении.

Однако в отличие от положения в классической механике нельзя надеяться, что такая эволюция будет непрерывной и дифференцируемой в каждой точке особи; эволюция есть результат множества локальных изменений стохастического характера, причем лишь этот общий результат подчиняется ва-

риационным принципам. Таким образом, прерывистые изменения при этом никак не исключаются.

Когда мы наблюдаем живые существа, нам сразу бросается в глаза телеологический характер строения их органов и особенностей их поведения (по аналогии с тем, что мы сами собой представляем, и с нашим поведением как представителей животного мира); однако их детерминистский и механистический аспект ускользает от нашего внимания, поскольку он связан с очень длительным эффектом статистического характера, «солидарным с эволюцией», причем определяющие этот эффект факторы (влияние обмена веществ на случайные мутации), по-видимому, очень малочисленны.

**Понятие обратной связи.** Как и все понятия, заимствованные из техники, понятие обратной связи нельзя использовать для объяснения стабильности биологических процессов; в лучшем случае его можно было бы использовать для иллюстрации колебательного характера движения, ведущего к достижению равновесия (подобного последовательным приближениям в математике). Единственным приемлемым с точки зрения математики и механики понятием является понятие «структурной устойчивости». В самом деле, структурная устойчивость представляет собой естественный и *непременный* атрибут любой идентифицируемой формы (форма с неустойчивой структурой перестает быть формой: она становится «бесформенной»). Следует, однако, добавить, что устойчивость биологических форм обладает некоторыми специфическими особенностями: эта устойчивость не является абсолютной, поскольку даже слабые воздействия (например, введение в систему метаболизма одной молекулы ДНК) могут нарушить ее. Устойчивость эта особенно хорошо заметна по отношению к некоторым превращениям, о которых в связи с этим говорят, что они входят в «наследственное достояние» вида.

**Гомеостаз и гомеорез.** Различие между «гомеостазом» и «гомеорезом» легко улавливается специалистом в области дифференциальных уравнений. Понятие гомеостаза означает, что точка, изображающая состояние системы, находится в окрестности положения устойчивого равновесия в фазовом пространстве; понятие гомеореза означает, что эта точка находится в окрестности инвариантного множества траекторий  $K$ , представляющего собой центр притяжения (или по крайней мере просто «центр») для близких траекторий. В простейшем случае  $K$  — замкнутая траектория. Однако известно, что с точки зрения локальной структуры возникающая здесь ситуация не отличается существенным образом от состояния гомеостаза. Дело обстоит иначе, если инвариантное множество  $K$  обладает более сложной топологической структурой, например представляет собой тор. Если в результате деформации динамической системы этот центр притяжения распадается, то могут возникнуть самые разнообразные ситуации: вместо множества  $K$  может по-

явиться конечная совокупность центров притяжения меньшей размерности (может быть, даже просто изолированных точек). При этом произойдет вырождение в гомеоретическое состояние меньшей размерности, быть может, даже в гомеостатическое состояние. Во всех случаях это вырождение выражается в морфогенезе «глобальной» катастрофой катаболического характера. Если даже подобная катастрофа и обратима, то восстановление нормального течения морфогенеза, во всяком случае, сильно затруднено. С подобной ситуацией мы (по-видимому) встречаемся при явлении индукции в зародышевом развитии (где к концу катастрофы возникает гомеоретическое состояние меньшей размерности) или гибели живого существа, где конечная ситуация носит явно «гомеостатический» характер.

Этот последний пример четко показывает, что для биологии важно лишь понятие гомеореза, поскольку гомеостаз наступает только после прекращения обмена веществ, иначе говоря — после смерти живого существа. С этой точки зрения для синтеза живой материи из неживой необходимы подлинно анаболические превращения всеобщего характера: для образования гомеоретической ситуации на основе некоей гомеостатической ситуации потребуется бесконечное множество локальных синтезов, осуществляемых за какое-то конечное время в соответствии с вполне определенной пространственно-временной схемой. Сомнительно, чтобы традиционная химия справилась с этой задачей, разве что она попытается точно воспроизвести обмен веществ в процессе жизнедеятельности.

**Молекулярная биология и генетика.** Гены представляют собой истинные *deus ex machina* современной биологии; хотя, быть может, такая оценка и не является преувеличенной, тем не менее их следует вернуть на соответствующее им место в общей перспективе жизни как динамического явления. Основная роль генов, очевидно, заключается в регуляции обмена веществ или эпигенеза. Ниже мы изложим примитивную геометрическую схему, иллюстрирующую эту роль генов. Допустим, что в цитоплазме для наилучшего отправления жизненных функций должен быть обеспечен некий локальный уровень обмена веществ — оптимальный уровень ( $o$ ); допустим далее, что в результате каких-то пертурбаций во внешней среде этот локальный уровень обмена веществ становится субоптимальным ( $s$ ). Подобная ситуация не может сохраняться долгое время без серьезных последствий для жизнедеятельности клетки (в частности, для ее размножения); «регуляцию» или возврат к оптимальному уровню можно выразить геометрически следующим образом: в какой-то данный момент  $t$  возникнет очень маленький участок с обменом на уровне  $o$ , окруженный ударной волной  $W$ , носящей сначала точечный характер, которая отделяет этот участок от окружающей цитоплазмы с уровнем обмена  $s$ . В последующий период эта ударная волна  $W$  развивается и заполняет всю клетку, так что через некоторое время вся

клетка вновь перейдет на уровень  $o$ . Речь здесь идет, разумеется, об идеализированной схеме, которая слишком проста и поэтому может лишь частично реализоваться в настоящей клетке; кроме того, в клетках, содержащих ядра, роль этих изменчивых ударных волн, по-видимому, выполняет относительно стабильная ядерная оболочка. Далее вполне можно допустить, что уровни  $o$  и  $s$  непрерывно переходят один в другой, так что ударная волна  $W$  может иметь свободную границу, изображаемую в каждый данный момент кривой (в соответствии с явлением Римана — Гугоньо). Можно поэтому представить себе, что «точка инициирования» оптимального уровня  $o$  и граничная кривая ударной волны  $W$  связаны со специализированными молекулярными структурами: кривая соответствует бактериальной хромосоме (или ее части), а «точка инициирования» — оператору Жакоба — Моно. Поверхность волны  $W$  — это участок, отделенный от хромосомы нитями информационной РНК; весьма вероятно, что эта структура представляет собой поверхность лишь в окрестности хромосомы, а затем принимает форму сектора трехмерного вейера — в этом секторе нити информационной РНК захватывают рибосомы, где происходит синтез ферментов, способствующих переходу с уровня  $s$  на уровень  $o$ . Когда на всем пространстве устанавливается оптимальный уровень  $o$ , синтетическая активность хромосомы затухает.

Можно задать вопрос, почему в приведенной выше схеме сингулярности обмена веществ всегда связаны со специфическими молекулярными структурами? Быть может, в этом-то и кроется одна из самых основных проблем динамики жизни. Можно предложить, отнюдь не считая это окончательным ответом, следующую схему: макромолекула (или в более общем случае — макромолекулярная структура) оказывает на обмен веществ в своем непосредственном окружении каталитическое (ферментативное) действие, которое при этом изменяется в зависимости от положения рассматриваемой точки в данной системе. Геометрически, такое действие определяется в локальном биохимическом пространстве векторным полем, которое на самой молекуле имеет сингулярность (обращается в бесконечность). Можно допустить, что при данном локальном уровне обмена веществ под влиянием теплового возбуждения более или менее случайно образуются молекулярные структуры, которые, вообще говоря, обладают лабильностью; однако если эти молекулярные структуры оказывают на обмен веществ в своем окружении ферментативное действие, приводящее к локальному уменьшению энтропии, то их устойчивость возрастает (в соответствии с принципом Лешателье). В случае относительно гомогенного локального обмена веществ в пространстве образуются статистически гомогенные структуры; если же обмен веществ имеет скачок или сингулярность, где происходит значительное возрастание энтропии, то можно ожидать образования молекулярных структур  $M$ , геометрически связанных с этой сингулярностью, относительно устойчивых и



характерных для метаболической природы этой сингулярности (т. е. приводящих к уменьшению энтропии). Более того, эти молекулярные структуры, однажды образовавшись, могут обладать внутренней устойчивостью, что позволяет им существовать в тех сингулярных условиях обмена веществ, в которых они возникли. Если впоследствии условия обмена веществ вновь становятся близкими к исходным, то присутствие молекулярных структур  $M$  обуславливает ферментативное действие, способствующее возвращению к этому сингулярному уровню обмена веществ  $S$ . Общим результатом подобной ферментативной связи между обменом веществ и молекулярной структурой будет эффект «облегчения» или «памяти»: вероятность возвращения к сингулярному состоянию  $S$  во много раз возрастает после того, как это состояние было многократно реализовано, поскольку могли возникнуть и сохраниться структуры  $M$ , катализирующие возвращение к  $S$ . Подобный механизм позволяет получить представление о том, как может естественным путем возникнуть механизм «обратной связи». Приведем упрощенную модель такого механизма: пусть  $u$  — скалярная переменная обмена веществ (например, концентрация определенного метаболита); можно предположить, что после какого-либо резкого воздействия  $u$  стремится к некоторому оптимальному равновесному значению  $u = c$ , которое достигается в результате ряда последовательных колебаний, причем функция  $u(t)$  времени  $t$  принимает то максимальные, то минимальные значения. Более того, можно предположить, что эти колебания связаны с пространственным перемещением рассматриваемого метаболита, так что максимумы достигаются в участке клетки А, а минимумы — в некотором другом участке Б, отличном от А. Если размах колебаний достигает некоторой пороговой величины  $f$ , то можно допустить, что в участке А происходит синтез молекул, способствующий переходу производной  $du/dt$  от положительного значения к отрицательному. Точно так же в участке Б может спонтанно проходить синтез молекул, благоприятствующий обратному переходу. Наличие этих молекул способствует глобальной устойчивости функции  $u$ , колебания которой, сколь бы ни велика была амплитуда возмущений, могут лежать лишь между значениями  $c - f$  и  $c + f$ .

На этой модели можно наблюдать очень интересное явление: переход от состояния равновесия с дифференцируемыми колебаниями («центр» в дифференциальной геометрии) к «канализованной» системе с отражающими стенками, где производная (скорость) процесса имеет разрыв. С точки зрения теории регуляторов Жакоба — Моно такое превращение можно было бы истолковать как мутацию, вызывающую переход из «структурного» состояния в индуцируемое (или репресслируемое). В описываемой модели подобная мутация приписывается присутствию специфических частиц и должна быть доминантной у диплоидных форм; доминантные структурные мутации

(мутации  $O^c$ ), если они существуют, обусловлены тем, что сам рассматриваемый механизм как по своей природе, так и в силу необходимости является коррегирующим механизмом (например, синтез какого-либо фермента), требующим присутствия специфических частиц, и тем, что данная мутация оказывает влияние на связь между эффектами частиц двух типов. Вряд ли существует предел сложности каскадов взаимодействий и регуляций, возможных в таких системах. Приписывать, как это обычно делается, каждое возможное взаимодействие определенному гену — значит лишь отодвигать проблему назад: поскольку фенотипическое выражение генов группы  $k$  будет регулироваться генами группы  $(k+1)$ , можно попасть в порочный круг: «*Quis custodiet ipsos custodes?*»<sup>1</sup>.

В этих условиях постулат о существовании метаболических факторов, обладающих генетическими свойствами, представляется неизбежным; я думаю, что существует непрерывный ряд генетических факторов — от классического хромосомного гена, подчиняющегося законам Менделя (у многоклеточных), до факторов, способных делать выбор между различными уровнями обмена веществ и обладающих более или менее лабильными свойствами. Благодаря описанному выше явлению «облегчения» или «памяти» на любом уровне обмена веществ возникает синтез специфических частиц, которые повышают вероятность установления этого уровня. Отсюда следует, что такие частицы способны к самовоспроизведению; их можно было бы рассматривать как вирус, если бы они были способны давать устойчивые вирусные частицы, сохраняющиеся вне клетки. Термодинамическую конкуренцию между двумя возможными уровнями обмена веществ можно рассматривать как борьбу между двумя популяциями «плазмагенных» частиц; с этой точки зрения естественный отбор действует на обмен веществ в пределах каждой особи подобно тому, как он действует на взаимоотношения между особями и видами. Хромосомная природа данного генетического фактора иногда обратима (в качестве примера можно привести умеренные фаги), а это помогает представить себе возможность прогрессивного включения генетических факторов в хромосомный набор. Для более точного описания этого механизма необходимо сначала как следует разобраться в палеогенном происхождении и динамической характеристике хромосом и ядерного материала вообще.

**Морфогенез и генетика.** Точная оценка роли ядерного материала в морфогенезе — весьма щекотливая задача. Основной процесс морфогенеза, и в частности клеточной дифференцировки, представляет собой с динамической точки зрения «катастрофу»: центр притяжения определенного уровня обмена веществ — первоначально гомогенный по всей области  $D$  — пре-

<sup>1</sup> «А кто же будет охранять самих стражников?» (лат.).

терпевает топологическую деформацию, в результате чего он превращается в конечное (или бесконечное) число новых центров притяжения; борьба между центрами притяжения порождает в  $D$  ударные волны<sup>1</sup>, которые по прошествии некоторого времени получают материальное воплощение, превращаясь в границы органов. В явлениях неживой природы, например в фазовых изменениях (слияние, сгущение и т. п.), эти процессы протекают локально весьма неопределенным образом, а термодинамика определяет лишь общее направление изменения системы. Точно так же в эмбриологии начало катастрофы (слагающееся из множества очень мелких, практически не поддающихся наблюдению явлений) представляет собой в значительной мере случайное явление, однако спустя очень короткое время структуры концентрируются и упрощаются в соответствии с определенными программами (креоды Уоддингтона). Генотип, определяя наличие или отсутствие того или иного фермента, благоприятствующего установлению одного из возможных режимов обмена веществ, может в значительной степени изменить конечную стадию катастрофы. Однако разработка математической модели такого явления весьма затруднительна. Действие генотипа проявляется также в регуляции митоза (скорость, направление), которая определяет «поляризацию» ткани; здесь вступает в игру некая направленная термодинамика, совершенно отличная от классической, и здесь снова математической теории трудно выйти за пределы чисто качественных представлений. Таким образом, роль ДНК в эпигенезе заключается в том, что она «направляет» катастрофы, которыми сопровождается морфогенез; однако утверждать, как это иногда делают, что ДНК вызывает эти катастрофы, было бы преувеличением.

По-видимому, современные успехи молекулярной биологии породили у биологов иллюзии; однако, видя, в каком тупике находится сейчас физика элементарных частиц, они должны были бы проявить большую осмотрительность: по мере перехода на уровень микроскопических величин явления, как правило, усложняются, и весьма вероятно, что биология даст тому новые примеры. Возможно, например, что проанализировать в общих чертах эпигенез какого-либо млекопитающего легче, чем эпигенез бактериофага. В самом деле, в первом случае можно ожидать упрощения за счет статистических закономерностей, тогда как во втором случае мы сталкиваемся с крайне специфическим химическим сродством и неправдоподобно утонченной сложностью. Следует помнить, например, что у нас нет никаких формальных доказательств топологической непрерывности между проникающей в бактериальную клетку вирусной частицей и ее потомками, образующимися

<sup>1</sup> Насколько я понимаю, термин «ударная волна» используется для обозначения границ между отдельными участками многомерного фазового пространства, в которых всю совокупность биохимических процессов можно представить в виде векторного поля, причем в каждом участке векторы концентрируются около «центра притяжения».

в лизированной бактерии. Даже если допустить вероятность существования такой непрерывности, нельзя отрицать — ввиду существования генетической рекомбинации, — что эта непрерывность связана с очень сложными молекулярными превращениями. Все это очень далеко от топологической простоты полового или вегетативного размножения у многоклеточных.

**Случайность и мутация.** Строго случайный характер (если такое выражение имеет смысл) мутаций представляет собой одну из догм современной биологии. Мне представляется, однако, что эта догма противоречит физическому закону действия и противодействия: из двух возможных мутаций  $m$  и  $m'$  несколько больше шансов на возникновение имеет та, которая оказывает более благоприятное влияние на обмен веществ (т. е. приводит к уменьшению энтропии). Из классической схемы теории информации

Источник → Канал → Приемник

явствует, что источник действует на приемник; однако приемник оказывает реципрокное воздействие на источник — этот обратный эффект обычно не поддается наблюдению, поскольку энергия источника слишком велика по сравнению с энергией взаимодействия. Это положение не распространяется на нуклеиновую кислоту, собственная энергия которой незначительна по сравнению с энергиями, действующими в системе обмена веществ. Мне могут возразить, что в данном случае приемник представляет собой «открытую» систему: вполне допустимо, что ДНК оказывает направляющее действие на обмен веществ, не вызывая при этом сколько-нибудь заметного противодействия, подобно тому как стрелочник определяет направление движения поезда, тогда как поезд не оказывает никакого действия на стрелочника. Однако это сравнение, как и всякое сравнение с явлением из мира техники, не вполне правомерно: оно справедливо лишь в случае отсутствия обмена веществ — что бы произошло, если бы стрелочник перевел свою стрелку под идущим полным ходом поездом? А ведь весьма вероятно, что большинство спонтанных мутаций происходит на стадии интерфазы, в разгар метаболической активности. Разрывы и транслокации хромосом, наблюдаемые в анафазе, представляют собой лишь видимые результаты нарушений обмена веществ, происходивших на предшествующих анафазе стадиях и нарушивших ее течение. Часто говорят об ошибках в процессе удвоения ДНК; мне трудно согласиться с современными представлениями, согласно которым замены пары нуклеотидов (или включения дополнительной мутантной пары) достаточно для инактивации гена. По-моему, сторонники этих представлений повторяют ошибку морфологов, которые считали, что разрушение одного нейрона нарушает процесс мышления. Кстати, даже если принять эту антропоморфистскую точку зрения на механизм считывания ДНК,

который может быть нарушен в результате простой ошибки («описки»), то нельзя ли допустить, доводя антропоморфизм до предела, что эти ошибки направляются в соответствии с теорией Фрейда потребностями и «неосознанными порывами» (драйвами) обмена веществ в окружающей среде? Мне кажется неизбежным вывод, о том, что метаболизм оказывает воздействие (несомненно, очень слабое,, но в конечном итоге, быть может, определяющее) на статистическую частоту различных мутаций. Именно этот долгосрочный эффект позволил бы объяснить вариационный принцип минимальной энтропии и телеологический характер биологических процессов, о котором мы говорили вначале.

**Эволюция.** Напомним возражение — весьма обоснованное, — которое выдвигают телеологи против механистической теории эволюции: если эволюция направляется случайными мутациями, регулируемые лишь естественным отбором, то каким образом она могла обеспечивать образование все более и более сложных структур вплоть до человека и исключительно сложных изысканий человеческого разума? Я думаю, что существует лишь один способ отвести это возражение, да и тот могут назвать идеалистическим. Когда математик Эрмит писал Стильтьесу: «Мне кажется, что числа существуют вне нас и оказывают на нас столь же неизбежное и необходимое влияние, как натрий и калий», он, на мой взгляд, зашел не так уж далеко. Существование натрия или калия обусловлено наличием соответствующей формальной структуры, обеспечивающей стабильность атомов Na или K. В случае простого элемента, например молекулы водорода, можно легко объяснить такую структуру с точки зрения квантовой механики; в случае же атомов Na или K дать такое объяснение гораздо труднее, хотя нет никаких оснований сомневаться в существовании подобной структуры. Я думаю, что в биологии также существуют формальные структуры и даже геометрические единицы, определяющие единственно возможные формы, к которым может привести динамическая система самовоспроизведения в данной среде. Переходя на язык геометрии, допустим, что эволюцию некой биохимической смеси в данной среде можно описать траекториями некоторого векторного поля в соответствующем функциональном пространстве. Пусть  $F_t$  — оператор сдвига вдоль траекторий за время  $t$ . Если принять за начало определенную форму  $s$ , то эта форма будет самовоспроизводиться при условии, что к концу периода времени  $t$  образовавшаяся форма  $Ft(s)$  будет представлять собой топологическую сумму  $S_1 \cup S_2$  двух неперекрывающихся форм, изоморфных  $s$ . Тем самым нам придется исследовать для каждого значения  $t$  «спектр» оператора удвоения  $Ft$ , т. е. совокупность форм  $su$  таких, что  $Ft(s) = S_1 \cup S_2$ . Этот спектр, вероятно, дискретный, и не исключена возможность, что на его собственных элементах можно определить такие операции, как топологическая сумма, топологическое произведение и т. п. Иными

словами, можно в абстрактном функциональном пространстве определить область существования и устойчивости каждой из этих собственных форм (как функций внешних факторов); таким образом можно получить палеогенную (палеонтологическую?) карту, состоящую из «креодов», формально аналогичную эпигенетическому ландшафту Уоддингтона. Итак, эволюция есть не что иное, как распространение фронта гигантской волны по этому «палеогенному» пространству. Как и в развитии зародыша, здесь следует ожидать процессов индукции, «катастроф», регрессий, причем по тем же формальным причинам. В основе всех этих процессов лежит, по-видимому, притяжение форм: всякая собственная форма (я бы сказал «архетип», если бы этот термин не имел телеологического оттенка) стремится обеспечить свое существование и притягивает фронт существующих форм, когда этот фронт достигает соседних топологических форм. Между центрами притяжения существует конкуренция, и можно было бы говорить о «злокачественности» формы в смысле ее способности к притяжению соседних форм. С этой точки зрения было бы заманчиво приписать кажущееся прекращение эволюции в настоящее время чрезмерной (слишком «злокачественной») силе центра притяжения, которым является человек. Из всех теоретически возможных живых форм<sup>1</sup> фронт волны затрагивает и, таким образом, обеспечивает существование лишь незначительного меньшинства.

Такие телеологи, как Тейяр де Шарден, могли бы, используя аналогию между эволюцией и развитием зародыша, утверждать, что, подобно тому как развитие зародыша происходит в соответствии с определенным планом, волна жизни разворачивается в структурном пространстве в соответствии с неким Планом, неизбежным и предрешенным. Однако при этом упускается из виду одно существенное отличие: развитие зародыша воспроизводимо и в силу этого является объектом изучения, тогда как ход эволюции не может быть воспроизведен и не может служить, объектом изучения. Утверждать, что какое-либо уникальное и невозпроизводимое явление протекает в соответствии с определенным планом, — типичный образец бесплодных и досужих рассуждений.

Я не исключаю возможности такого же упрека по отношению к схеме палеогенной карты: поскольку речь идет в принципе о невозпроизводимых явлениях, подобная карта может оказаться лишь бесплодной умозрительной схемой. На этот упрек я бы ответил: единственное возможное достоинство данной схемы состоит в том, что она привлекает внимание к локальным аналогиям и никак не исключает возможности того\* что кому-нибудь удастся (особенно на быстро размножающихся низших организмах) экспериментальным путем вызвать локальные эволюционные сдвиги в заранее намеченном направлении (например, опыты Уоддингтона на дрозофиле). Глубже вникая в существо проблемы, можно заметить, что любая точка зародыша

находится на незначительном расстоянии от какого-нибудь клеточного ядра, которое содержит всю информацию, необходимую для локальной реализации плана строения данной особи; между тем в волне эволюции единственными общими для всех живых существ факторами являются элементарные биохимические компоненты: ДНК, РНК, белки, а также генетический код и т. д., которые, по-видимому, не образуют достаточно сложных структур, могущих обеспечить реализацию некоего глобального плана жизни в целом. Вот почему я предпочитаю считать (до того как удастся получить дальнейшие данные), что в основе эволюционного развития, быть может, лежит детерминизм весьма локального характера.

## Информация и правила для авторов

### Общие положения

Журнал «Наноструктуры. Математическая физика и моделирование» (сокращенно: НМФМ) публикуется с 2009 года и является периодическим научным изданием. Электронная версия журнала размещается на сайте <http://www.nano-journal.ru>. Основная цель издания: представление новых теоретических и вычислительных методов моделирования наноструктур и мягкой материи, общих подходов в исследовании мезосистем, а также ключевых экспериментальных результатов в данной области и связанных с этим проблем математической физики.

Журнал НМФМ имеет междисциплинарный характер и в силу этого несет определенную образовательную направленность, а не только узко научную. Работы, представляемые в журнал, должны содержать вводные сведения, которые обеспечат понимание постановок задач и восприятие результатов не только прямыми специалистами. Определения понятий, объяснение обозначений и терминов, оценки характерных параметров, теоретические предпосылки и идеи, используемые методы, и т.п., должны быть кратко объяснены в тексте статьи, имея в виду читателей, специализирующихся в иных направлениях. Должны быть описаны базовые математические модели и уравнения. Во Введении и в последующих разделах очерчивается стратегия и основные трудности, это увязывается с используемыми моделями. Структура статьи ориентируется на прояснение общей логики и методики исследования, содержит резюмирующие выводы. В тексте должны быть рассмотрены характерные примеры (хотя бы, методические), ясно иллюстрирующие предлагаемые алгоритмы.

Журнал публикует научные обзоры, исследовательские статьи и краткие научные сообщения, а также избранные аналитические и информационно-образовательные материалы, тексты докладов и циклов лекций, прочитанных в университетах, научных центрах, на школах-семинарах, конференциях, нигде ранее не публиковавшиеся и не принятые к публикации в других изданиях. Язык публикации в журнале НМФМ, как правило, русский. Работы, представляемые в журнал, не могут иметь научно-популярный или компилятивный характер. Все статьи рецензируются и могут быть отклонены редколлегией журнала. В случае принятия работы к печати ее авторы передают издателю журнала НМФМ право на разовую безвозмездную публикацию текста и его размещение в электронной версии на сайте журнала. Перевод опубликованных в журнале статей на другие языки может осуществляться только с разрешения и при участии авторов.



### Порядок представления статей

- В редакцию изначально представляются:
  - файл статьи, файлы с иллюстрациями;
  - сопроводительное письмо, можно в электронной форме, содержащее сведения об объеме статьи и обо всех авторах (фамилии, имена, отчества, полные названия мест работы, почтовый адрес с индексом, номер контактного телефона с кодом города, электронный адрес автора, ответственного за переписку с редакцией); предпочтительно, чтобы это письмо было выполнено на бланке учреждения, в котором работает кто-то из авторов, было заверено печатью и содержало утверждение о возможности открытого опубликования статьи;
  - файл с переводом на английский язык названия статьи, фамилий и инициалов авторов, аннотации, ключевых слов.
- Авторские файлы могут быть присланы на электронный адрес: [papers@nano-journal.ru](mailto:papers@nano-journal.ru); (резервный адрес в случаях затруднений с пересылкой: [nano@miem.edu.ru](mailto:nano@miem.edu.ru)) или переданы в редакцию на любом электронном носителе. Авторы получают из редакции подтверждение о получении их материалов.
- Телефон (факс) редакции: +7 (495) 916-8876. Адрес редакции: Москва 109028, Б. Трехсвятительский пер., 3/12, Московский институт электроники и математики (МИЭМ), комн. 449.

### Общие требования к представляемым файлам

- Допускается использование текстовых редакторов WORD и LATEX. К рабочим файлам должна быть приложена их pdf-копия. В названии файлов используется латинский алфавит, пробелы заменяются знаком `_`. Шапка статьи содержит название, инициалы и фамилии авторов, место работы, электронный адрес, краткую аннотацию, ключевые слова. В аннотации не следует использовать формулы и ссылки на текст работы или список литературы; в конце она должна содержать индекс УДК (к английской версии аннотации можно добавить индексы зарубежных рубрикаторов).
- Объем кратких сообщений 4-8 страниц, исследовательских статей, как правило, до 20 страниц, а обзоров – более 20 страниц. Верхняя граница согласуется с редколлегией. При подсчете объема нужно ориентироваться на страницы формата А4, шрифт 12, знаков в строке 80, интервалов между строками 1.
- Авторы не должны злоупотреблять сокращениями, составленными из заглавных начальных букв терминов. Предпочтительней каждый раз использовать полное наименование объекта. Возможно использование только устоявшихся аббревиатур.

### Требования к файлам Word

- Рекомендуемый шрифт – Times New Roman.
- Строки в пределах абзаца не должны разделяться символом возврата каретки (Enter).
- Нельзя использовать автоматическое создание сносок, автоматический перенос или автоматический запрет переносов, создание списков, автоматический отступ и т.п.
- Ссылки на список литературы даются цифрами в квадратных скобках: [1], [5,6,7], [1-9].
- Все без исключения формулы и обозначения размерности, даже состоящие из одной латинской буквы, и в тексте и вынесенные в отдельную строку, всегда набираются в формульном редакторе и никогда – в обычном текстовом редакторе.

- При создании таблицы рекомендуется использовать возможности Word или MS Excel. Таблицы, набранные вручную (с помощью большого числа пробелов), не принимаются.

#### **Требования к иллюстрациям**

- Иллюстрации представляются в отдельных файлах, черно-белыми. Они должны иметь разрешение не менее 600 dpi.
- Форматы файлов – TIFF, EPS, PSD, JPEG.

#### **Требования к списку литературы**

- Ф.И.О. авторов или редакторов выделяются курсивом.
- Для статей приводится название. Названия отделяются от выходных данных знаком //. Расположение выходных данных указано на образце ниже. Номер тома выделяется жирным шрифтом, номер выпуска дается в скобках. Указываются номера первой и последней страниц статьи, либо уникальный номер статьи и ее объем. Для книг желательно указывать их объем. Если известна ссылка на электронный архив или сайт, то ее желательно указать.

*Фамилия И.О.* Название статьи // Назв. журн., 2000, **1** (1), 1-6.

*Family F.M. and Family F.* Title of the paper // Name of the Journal, 2006, **73**, 165313, 9 pp.

*Фамилия И.О., Фамилия И.О.* Название книги // Наука, С.-П., 1999, 176 стр.

*Family F.M.* Title of the paper // In book: Family F.M. (et al. eds), Title of the collection, Publisher, Boston, 2005, 9-24.

*Family F.M.* (ed.), Title of the collection // Publisher, N.Y., 2005, 324 pp.

*Фамилия И.О.* Название доклада // Доклад на конференции «Название конференции (место и дата проведения)»; ссылка на электронный ресурс.

# Наноструктуры. Математическая физика и моделирование

## **Журнал зарегистрирован**

в Министерстве РФ по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации

ПИ № ФС77-34934 от 29 декабря 2008 г.

## Учредители

Московский институт электроники и математики (МИЭМ),

Европейский центр по качеству

## **Издатель**

Европейский центр по качеству

ООО Сенсор Микрон

Журнал входит в перечень ВАК РФ

Статьи рецензируются

---

## **ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛ НМФМ**

Подписной индекс журнала в каталоге агентства «Урал-Пресс» 70017.

Электронный подписной каталог и контакты всех представительств «Урал-Пресс»  
на сайте [www.ural-press.ru](http://www.ural-press.ru).

Редакция предлагает подписчикам возможность безвозмездно получить подборку прошлых  
выпусков журнала. Пришлите на электронный адрес [nanostructures@hse.ru](mailto:nanostructures@hse.ru) (или на почтовый адрес:  
123458, Москва, ул. Таллинская, д. 34, каб. 429, редакция журнала НМФМ)  
копию подписной квитанции, а также адрес для отсылки выпусков.